ΑΡΕΙΤΟΛΜΟ
ΚΕΝΤΡΑ ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑΚΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ
Κανάρη 36, Δάφνη
Τηλ. 210 9713934 & 210 9769376

*ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗΣ*

# ΦΥΣΙΚΗ

## Ο.Π. ΘΕΤΙΚΩΝ ΣΠΟΥΔΩΝ

## ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

**ΘΕΜΑ Α**

Α. 1.Δ 2. Δ 3. Α 4.Α

Β. 1.Λ 2.Λ 3.Λ 4.Σ 5.Λ

**ΘΕΜΑ Β**

**Β1. Α. Σωστή η γ)**

Απο τις γραφικές προκύπτει ότι :

α) Το πλάτος των κυμάτων που συμβάλλουν είναι A=0,1m

Β) Η περίοδος των κυμάτων είναι T=2s

γ) Το κύμα από την πηγή Π1 φτάνει στο Σ την χρονική στιγμή $t_1 = 4s = 2T$ οπότε $r_1 = 2\lambda$

δ) ) Το κύμα από την πηγή Π2 φτάνει στο Σ την χρονική στιγμή $t_2 = 6,5s = 3T + \frac{T}{4}$ οπότε $r_2 = 3\lambda + \frac{\lambda}{4}$.

Για το πλάτος του σημείου Σ :

$$|A'| = \left|2A\sigma\upsilon\nu 2\pi\frac{r_1 - r_2}{2\lambda}\right| = \left|2A\sigma\upsilon\nu 2\pi\frac{2\lambda - 3,25\lambda}{2\lambda}\right| = \left|2A\sigma\upsilon\nu\left(-\frac{5\pi}{4}\right)\right| = A\cdot\sqrt{2} = 0,1\cdot\sqrt{2}m$$

**Β. Σωστή η β)**

Η εξίσωση που δίνει την ταχύτητα του σημείου Σ από την στιγμή $t_2 = 6,5s$ που ξεκινά η συμβολή των κυμάτων έχει την γενική μορφή :

$$u=\omega\cdot\left(2A\sigma\upsilon\nu 2\pi\frac{r_1-r_2}{2\lambda}\right)\cdot\sigma\upsilon\nu 2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{r_1+r_2}{2\lambda}\right)\Leftrightarrow$$

$$u=\omega\cdot\left(2A\sigma\upsilon\nu 2\pi\frac{2\lambda-3,25\lambda}{2\lambda}\right)\cdot\sigma\upsilon\nu 2\pi\left(\frac{t_2}{T}-\frac{2\lambda+3,25\lambda}{2\lambda}\right)\Leftrightarrow$$

$$u=\omega\cdot\left(2A\sigma\upsilon\nu(\frac{-5\pi}{4})\right)\cdot\sigma\upsilon\nu 2\pi\left(\frac{3,25T}{T}-\frac{5,25}{2}\right)\Leftrightarrow$$

$$u=\omega\cdot\left(-2A\frac{\sqrt{2}}{2}\right)\cdot\sigma\upsilon\nu\frac{5\pi}{4}=\omega\cdot A=\frac{\pi}{10}m/s$$

**B2. A. Σωστή η γ)**

Η συνισταμένη εξωτερική ροπή που δέχεται το σύστημα των δύο δίσκων είναι ίση με το μηδέν οπότε έχουμε διατήρηση της στροφορμής του . Οι δυνάμεις που ασκούνται μεταξύ των δύο δίσκων είναι εσωτερικές και δεν επιρεάζουν την στροφορμή του συστήματος.
Εύρεση της κοινής $\omega_3$.
ΑΔΣ με θετική φορά αυτής του δίσκου Δ1:

$$L_{\pi\rho\iota\nu}=L_{\mu\varepsilon\tau\alpha}\Leftrightarrow I\cdot\omega_1-I\cdot\omega_2=(I+I)\cdot\omega_3\Leftrightarrow I\cdot 5\omega-I\cdot\omega=(I+I)\cdot\omega_3\Leftrightarrow\omega_3=2\omega$$

Με την φορά της $\omega_1$.

Από ΑΔΕ : $Q=K_{\text{ΑΡΧ}(\Sigma)}-K_{\text{ΤΕΛ}(\Sigma)}=\frac{1}{2}I\cdot\omega_1^2+\frac{1}{2}I\cdot\omega_2^2-\frac{1}{2}(I+I)\cdot\omega_3^2\Leftrightarrow Q=9\cdot I\cdot\omega^2$

**B. Σωστή η β)**

Εφαρμόζουμε ΘΜΚΕ για τον δίσκο Δ2 από την στιγμή που ξεκινά η αλληλεπίδραση μέχρι να αποκτήσει την κοινή ταχύτητα $\omega_3$.

$$W_T=K_{\text{ΤΕΛ}(2)}-K_{\text{ΑΡΧ}(2)}=\frac{1}{2}I\cdot\omega_3^2-\frac{1}{2}I\cdot\omega_2^2=\frac{1}{2}I\cdot 4\omega^2-\frac{1}{2}I\cdot\omega^2\Leftrightarrow$$

$$W_T=1,5I\cdot\omega^2$$

Το έργο αυτό είναι θετικό γιατί η γωνιακή ταχύτητα του δίσκου Δ2 αυξήθηκε κατά την αλληλεπίδραση.

**B3. Σωστη η α)**

Έστω $u_1$ η ταχύτητα του Σ1 ελάχιστα πριν συγκρουστει με Σ2.
ΘΜΚΕ για το Σ1 απο την αρχική θέση μέχρι να φτάσει στο Σ2

$$W_B=K_{\text{ΤΕΛ}(\Sigma1)}-K_{\text{ΑΡΧ}(\Sigma1)}\Leftrightarrow m_1\cdot g\cdot h=\frac{1}{2}m_1\cdot u_1^2-\frac{1}{2}m_1\cdot u_0^2\Leftrightarrow u_1=\sqrt{u_0^2+2gh}\quad(1)$$

Η κρούση είναι κεντρική ελαστική οπότε τα σωματα Σ1,Σ2 ανταλλάσουν ταχύτητες.

$$u_2'=u_1=\sqrt{u_0^2+2gh}$$

Στην ανώτερη θέση (Γ) το σώμα Σ2 δέχεται δυο ομόρροπες δυνάμεις την τάση του νήματος και το βάρος του που έχουν φορά προς το κέντρο και λειτουργούν ως κεντρομόλος δύναμη της κυκλικής κίνησης.

$T+m_2 g=F_k \Leftrightarrow T+m_2 g=m_2\cdot\dfrac{u_\Gamma^2}{h/2}$ (2)

Η ελάχιστη ταχύτητα στο σημείο Γ για ανακύκλωση προκύπτει όταν η τάση του νήματος τείνει στο μηδέν και με απλές πράξεις $u_{\Gamma(\min)}=\sqrt{g\cdot\dfrac{h}{2}}$

Από την εκφώνηση : $u_\Gamma=2\cdot u_{\Gamma(\min)}=\sqrt{2g\cdot h}$ (3)

Εφαρμόζουμε ΘΜΚΕ για το Σ2 αμέσως μετά την κρούση μέχρι να φτάσει στο σημείο (Γ). Χρησημοποιούμε τις σχέσεις (1),(3)

$$W_B=K_{\mathrm{TE\Lambda}(\Sigma 2)}-K_{\mathrm{APX}(\Sigma 2)} \Leftrightarrow -m_2\cdot g\cdot h=\frac{1}{2}m_2\cdot u_\Gamma^2-\frac{1}{2}m_2\cdot u'^2_2 \Leftrightarrow$$

$$-2g\cdot h=2g\cdot h-(u_0^2+2gh) \Leftrightarrow u_0=\sqrt{2gh}$$

**ΘΕΜΑ Γ**

**Γ1.** Εξίσωση συνέχειας στα σημεία (1), (2).

$$A_1\cdot u_1=A_2\cdot u_2 \Leftrightarrow A_1\cdot u_1=\frac{A_1}{2}\cdot u_2 \Leftrightarrow u_2=2\cdot u_1$$

Μια στοιχειώδης ποσότητα υγρού επιταχύνεται από το βαρυτικό πεδίο μεταξύ των σημείων (1),(2).

Ισχύει: $u_2=u_1+g\cdot\Delta t \Leftrightarrow 2\cdot u_1=u_1+g\cdot\Delta t \Leftrightarrow \Delta t=\dfrac{u_1}{g}$ (1)

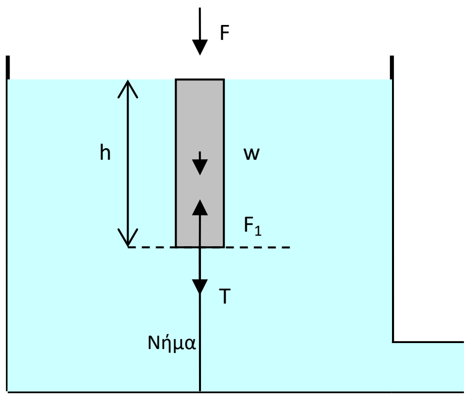
Η σταθερή παροχη της βρύσης είναι $\Pi=\dfrac{\Delta V}{\Delta t}$ και επείδη $\rho_N=\dfrac{\Delta m}{\Delta V}$ προκύπτει ότι

$$\Pi=\frac{1}{\rho}\cdot\frac{\Delta m}{\Delta t}\xrightarrow{(1)}\Pi=\frac{1}{\rho}\cdot\frac{\Delta m}{u_1/g} \Leftrightarrow \Pi=\frac{1}{\rho}\cdot\frac{\Delta m\cdot g}{u_1}$$ και με αντικατάσταση $\Pi=10^{-3}\,\dfrac{m^3}{s}$

**Γ2.** Ο κύλινδρος δέχεται τέσσερις δυνάμεις , την δύναμη F από την ατμόσφαιρα στην πάνω βάση του, την δύναμη $F_1$ στην κάτω βάση του που εμπεριέχει την δύναμη F από την ατμόσφαιρα, την τάση του νήματος και το βάρος του w. Για το βάρος του κυλίνδρου έχουμε:

$$w=m\cdot g \Leftrightarrow w=\rho_\Sigma\cdot V_\Sigma\cdot g \Leftrightarrow w=\rho_\Sigma\cdot A_\Sigma\cdot h\cdot g \Leftrightarrow$$

$$w=200\cdot 10^{-3}\cdot 0,2\cdot 10 \Leftrightarrow w=0,4N$$




Για την δύναμη F : $F=p_{atm}\cdot A_\Sigma$

Για την δύναμη $F_1$ ,έστω $p_1$ η πίεση που επικρατεί σε ένα σημείο κάτω από την βάση του κυλίνδρου. Τότε : $F_1=p_1\cdot A_\Sigma=(p_{atm}+\rho_{\mathrm{N}}\cdot g\cdot h)\cdot A_\Sigma=F+\rho_{\mathrm{N}}\cdot g\cdot h\cdot A_\Sigma$ .

Ισορροπία κυλίνδρου με θετική φορα δυνάμεων προς τα κάτω:

$$w+F+T-F_1=0 \Leftrightarrow w+F+T-F-\rho_{\mathrm{N}}\cdot g\cdot h\cdot A_\Sigma=0 \Leftrightarrow T=\rho_{\mathrm{N}}\cdot g\cdot h\cdot A_\Sigma-w$$

Τελικά με αντικατάσταση : $T=1000\cdot 10\cdot 0,2\cdot 10^{-3}-0,4 \Leftrightarrow T=1,6N$

**Γ3.** Ονομάζουμε Ε ένα σημείο της ελεύθερης επιφάνειας του δοχείου και Κ ένα σημείο μπροστά απο την φλέβα του νερού που εκρέει στο σημείο (4)- περιοχή Γ. Τα σημεία αυτά ανήκουν στην ίδια ρευματική γραμμή ενώ το επίπεδο στο οποίο η δυναμική ενέργεια μιας ποσότητας υγρού είναι ίση με το μηδέν απέχει $h_1$ από την ελεύθερη επιφάνεια του υγρού στο δοχείο.(Διακεκομένη γραμμή του σχήματος)
Εξίσωση Bernoulli στα σημεία Ε,Κ

$$p_E + \frac{1}{2}\rho_N \cdot u_E^2 + \rho_N \cdot g \cdot y_E = p_k + \frac{1}{2}\rho_N \cdot u_k^2 + \rho_N \cdot g \cdot y_k \Leftrightarrow$$

$$p_{Atm} + 0 + \rho_N \cdot g \cdot h_1 = p_{Atm} + \frac{K_4}{\Delta V} + 0 \Leftrightarrow \frac{K_4}{\Delta V} = \rho_N \cdot g \cdot h_1 \Leftrightarrow \frac{K_4}{\Delta V} = 4,5 \cdot 10^3 \frac{J}{m^3}$$

Για την παροχή στο σημείο (4) έχουμε :

$$\frac{K_4}{\Delta V} = \frac{1}{2}\rho_N \cdot u_k^2 \Leftrightarrow 4,5 \cdot 10^3 = \frac{1}{2} \cdot 10^3 \cdot u_k^2 \Leftrightarrow u_k = 3m/s$$

$$\Pi_4 = A_\Gamma \cdot u_k \Leftrightarrow \Pi_4 = 10^{-4} \cdot 3 \Leftrightarrow \Pi_4 = 3 \cdot 10^{-4} \frac{m^3}{s}$$

**Γ4.** Εξίσωση συνέχειας στις περιοχές Β και Γ:

$$A_B \cdot u_3 = A_\Gamma \cdot u_4 \Leftrightarrow 3A_\Gamma \cdot u_3 = A_\Gamma \cdot u_\kappa \Leftrightarrow u_3 = \frac{u_\kappa}{3} \Leftrightarrow u_3 = 1m/s$$

Πρέπει να βρούμε την πίεση στο σημείο (3).
Εξίσωση Bernoulli για δυο σημεία οριζόντιας ρευματικής γραμμής στις περιοχές Β και Γ.

$$p_3 + \frac{1}{2}\rho_N \cdot u_3^2 = p_4 + \frac{1}{2}\rho_N \cdot u_4^2 \Leftrightarrow p_3 + \frac{1}{2}\rho_N \cdot u_3^2 = p_{atm} + \frac{1}{2}\rho_N \cdot u_4^2 \Leftrightarrow$$

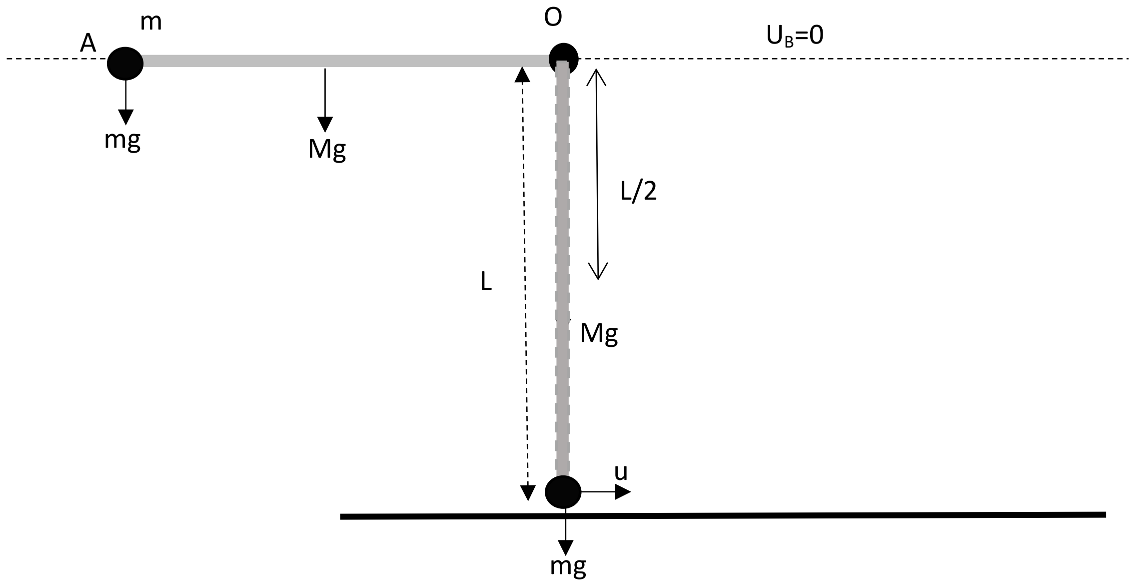
$$p_3 = p_{atm} + \frac{1}{2}\rho_N \left(u_4^2 - u_3^2\right) \Leftrightarrow p_3 = 1,04 \cdot 10^5 \frac{N}{m^2}$$

Νόμος υδροστατικής πίεσης για ένα σημείο στην περιοχή Β κάτω απο τον λεπτό σωλήνα.

$$p_3 = p_{atm} + \rho_N \cdot g \cdot h_2 \Leftrightarrow h_2 = \frac{p_3 - p_{atm}}{\rho_N \cdot g} \Leftrightarrow h_2 = 0,4m$$

Υψομετρική διαφορά: $h_1 - h_2 = 0,45 - 0,4 = 0,05m$ .

**ΘΕΜΑ Δ**




**Α. Δ1.** . Αρχικά υπολογίζουμε την ροπή αδράνειας του στερεού Σ

$$I = I_{cm} + M(\frac{L}{2})^2 + mL^2 = \frac{1}{3}ML^2 + mL^2 = 2Kg \cdot m^2$$

ΑΔΜΕ (1-2) για το στερεό Σ

$$K_1 + U_1 = K_2 + U_2 \rightarrow 0 + 0 = \frac{1}{2}I\omega^2 - Mg\frac{L}{2} - mgL \rightarrow \omega = 5\,rad/s$$

η σημειακή μάζα όμως έχει γραμμική ταχύτητα $u = \omega L = 5\,m/s$

**Α. Δ2.** Για να εξετάσουμε το είδος της κρούσης πρέπει να υπολογίσουμε την ταχύτητα της σφαίρας (2) αμέσως μετά την κρούση.

Έτσι από Α.Δ.Σ έχουμε:

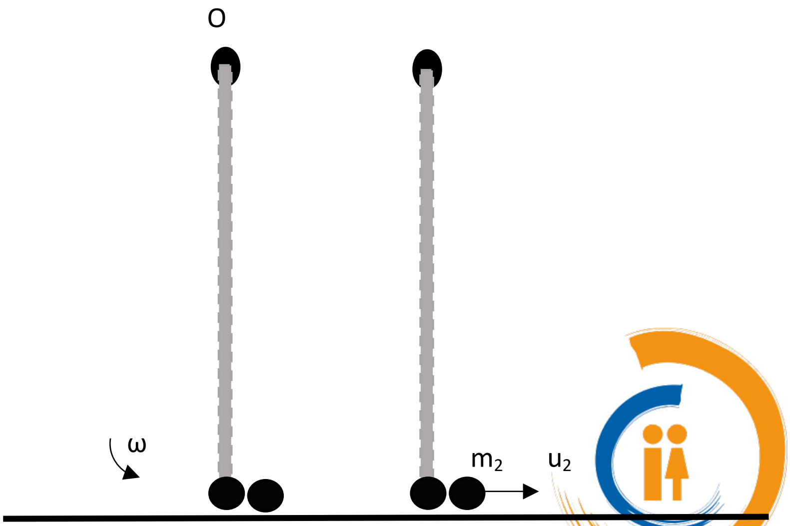
$L_{\pi\rho\iota\nu} = L_{\mu\varepsilon\tau\acute{\alpha}} \rightarrow I\omega = m_2 u_2 L \rightarrow u_2 = 5m/s$

$$K_{\text{ΑΡΧ}(\Sigma)} = \frac{1}{2}\text{I}\cdot\omega^2 = \frac{1}{2}\cdot 2\cdot 5^2 = 25J$$

$$K_{\text{ΤΕΛ}(\Sigma)} = \frac{1}{2}m_2\cdot u_2{}^2 = \frac{1}{2}\cdot 2\cdot 5^2 = 25J$$

Άρα η κρούση είναι ελαστική.

**Β. Δ3**. Καθώς το σώμα $m_2$ ξεκινά την κίνηση του έχει $u_0$=5m/s ενώ η γωνιακή του ταχύτητα είναι $\omega_0$=0, , έτσι αρχικά ολισθαίνει και η μόνη δύναμη στον άξονα της κίνησης είναι η τριβή ολίσθησης, η οποία το επιβραδύνει κατά την μεταφορά του.



Η τριβή ολίσθησης όμως έχει ροπή η οποία το επιταχύνει ως προς την περιστροφή.

Με αυτόν τον τρόπο η ταχύτητα του μειώνεται ενώ η γωνιακή του ταχύτητα αυξάνεται, η ολίσθηση θα σταματήσει, την στιγμή που u=ωr.
Για να υπολογίσω την ταχύτητα που θα έχει την στιγμή της κρούσης πρέπει να υπολογίσουμε σε πόσο χρόνο η σφαίρα θα αρχίσει να κυλίεται χωρίς να ολιθαίνει.

Η κίνηση ως προς την μεταφορά είναι επιβραδυνόμενη, έτσι:

$$\Sigma F_y = 0 \to N = m_2 g$$

$$\Sigma F_x = m_2 a \to T = m_2 a \to \mu N = m_2 a \to \mu m_2 g = m_2 a \to a = \mu g = 5\, m/s^2$$

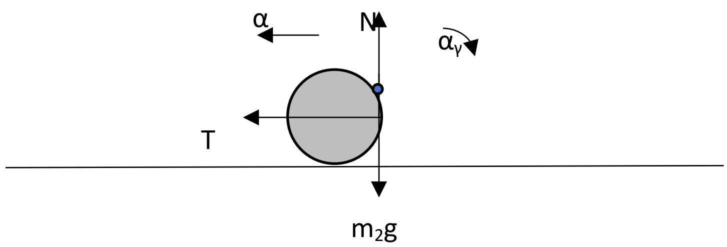
οπότε ισχύει: $u = u_0 - at \to u = 5 - 5t$ (1)

Ως προς την περιστροφή εκτελεί επιταχυνόμενη και ισχύει

$$\Sigma\tau = I\alpha_\gamma \to Tr = \frac{2}{3}m_2 r^2 \alpha_\gamma \to \mu m_2 g r = \frac{2}{3}m_2 r^2 \alpha_\gamma \to \alpha_\gamma = \frac{3\mu g}{2r}$$

οπότε: $\omega = \alpha_\gamma t \to \omega = \frac{3\mu g}{2r}t \to \omega r = \frac{3\mu g}{2}t = \frac{15}{2}t$ (2)

Για κύλιση χωρίς ολίσθηση έχουμε (1)=(2) δηλαδή μετά από αντικατάσταση t=0,4s
Άρα $u = 5 - 5t \to u = 5 - 2 = 3m/s$
ενώ η απόσταση που διανύει είναι : $x = u_0 t - \frac{1}{2}at^2 = 1{,}6m$

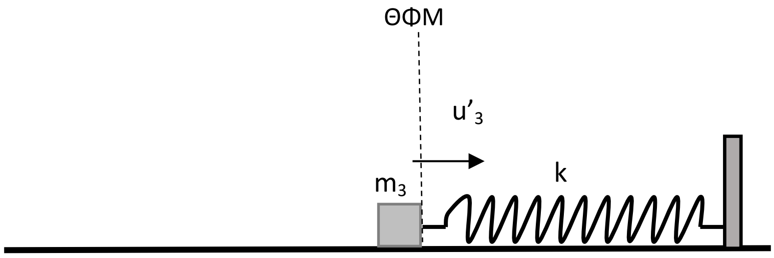



**Δ4.** Την χρονική στιγμή t=0,2s η στροφορμή της σφαίρας είναι **L=Iω**, πρέπει δηλαδή να υπολογίσουμε την γωνιακή ταχύτητα εκείνη την στιγμή
$\omega = \alpha_\gamma t \to \omega = \frac{3\mu g}{2r}t = 15\,\frac{r}{s}$   και η στροφορμή $L = \frac{2}{3}m_2 r^2 \omega = 0{,}2Kg\,\frac{m^2}{s}$

**Δ5.** Ο ρυθμός μεταβολής κινητικής ενέργειας την t=0,2s είναι ίσος με :

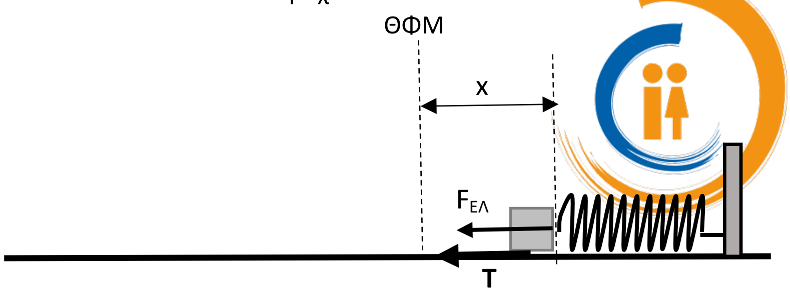
με u=5-5·0,2=4m/s

$$\frac{dK}{dt} = -25\, J/s$$




Η κρούση ανάμεσα στον κύβο και στην σφαίρα είναι κεντρική, επειδή τα κέντρα των δύο σωμάτων είναι στην ίδια ευθεία με την ταχύτητα u της σφαίρας. Επίσης είναι

Τραχύ Δάπεδο



ελαστική. Η ταχύτητα της σφαίρας ελάχιστα πριν την κρούση είναι u=3m/s. Έτσι για να υπολογίσω την ταχύτητα του $m_3$ , έχω:

$$u_3^{'} = \frac{2m_2}{m_2 + m_3} \cdot u \Leftrightarrow u_3^{'} = \frac{3}{2} m / s$$

Κατά την κίνηση του κύβου, υπάρχουν οι δυνάμεις της τριβής με το επίπεδο και του ελατηρίου, άρα με ΘΜΚΕ και με $K_{τελ}$=0, έχουμε:

$$K_{\tau\varepsilon\lambda} - K_{\alpha\rho\chi} = W_T + W_{F_{\varepsilon\lambda}} \Leftrightarrow 0 - \frac{1}{2} m_3 \cdot u_3^{'2} = -\mu(m_3 \cdot g) \cdot x - \frac{1}{2} \cdot k \cdot x^2 \Leftrightarrow k = 750 N / m .$$

**<u>ΕΠΙΜΕΛΕΙΑ:</u>**


**ΔΗΜΗΤΡΙΟΥ ΑΡΗΣ – ΚΑΤΣΑΡΟΥ ΚΑΤΕΡΙΝΑ**
**ΧΡΥΣΟΒΕΡΓΗΣ ΘΑΝΑΣΗΣ**