Κανάρη 36, Δάφνη
Τηλ. 210 9713934 & 210 9769376

ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗΣ

ΦΥΣΙΚΗ

Ο.Π. ΘΕΤΙΚΩΝ ΣΠΟΥΔΩΝ

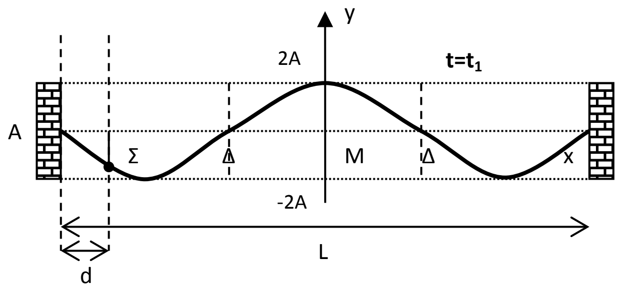
ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

I. Α1.Β Α2.Γ Α3. Α Α4. Α
II. 1.Σ 2.Σ 3.Λ 4.Σ 5. Λ

ΘΕΜΑ Β

Β1. Σωστή η β)



Έστω Σ το υλικό σημείο που απέχει d από το άκρο Α. Στο σχήμα βλέπουμε το στιγμιότυπο της χορδής μια χρονική $t=t_1$ που όλα τα υλικά σημεία είναι στιγμιαία ακίνητα. Στο μήκος L έχουν σχηματιστεί 4 σημεία συνολικά ακίνητα που είναι δεσμοί του στάσιμου κύματος. Επειδή το μήκος της χορδής πρέπει να είναι ακέραιο πολλαπλάσιο του λ/2 όπου λ το μήκος κύματος των κυμάτων που συμβάλλουν, τότε όπως φαίνεται και στο διπλανό σχήμα

$L = 3 \cdot \frac{\lambda}{2} \Leftrightarrow \lambda = \frac{2L}{3} \Leftrightarrow \lambda = 2m$.

Επιλέγουμε το μέσο Μ ως αρχή μέτρησης των αποστάσεων πάνω στην χορδή (θέση x=0) που είναι κοιλία του στάσιμου κύματος . Το πλάτος ταλάντωσης του σημείου Μ είναι 2Α όπου Α το πλάτος των κυμάτων που συμβάλλουν και η σταθερά επαναφοράς ταλάντωσης για όλα τα σημεία είναι D.

Ισχύει : $E_M = \frac{1}{2} D(2A)^2 = 2DA^2 = 4mJ$ (1).

Το σημείο Σ απέχει από την αρχή μέτρησης Μ απόσταση $x_\Sigma = -(\frac{L}{2} - d) = -1,25m$

Το πλάτος του σημείου Σ είναι:

$$|A'| = \left|2A\sigma\upsilon\nu\frac{2\pi x_\Sigma}{\lambda}\right| = \left|2A\sigma\upsilon\nu\frac{2\pi(-1,25)}{2}\right| = \left|2A\sigma\upsilon\nu(\pi + \frac{\pi}{4})\right| = A \cdot \sqrt{2}$$

Οπότε $E_\Sigma = \frac{1}{2}D(\sqrt{2}\cdot \mathrm{A})^2 = DA^2 \xrightarrow{(1)} E_\Sigma = 2mJ$.

Β2. Σωστή η α)

Από t=0 έως t=t_1 η πηγή (S)-(Σ1) απομακρύνεται από τον ακίνητο ανιχνευτή-παρατηρητή (Σ2) με ταχύτητα u_1 ενώ από t=t_1 έως t=t_2 ,μετά την ελαστική κρούση με το σκαλοπάτι κινείται προς τον ανιχνευτή με ταχύτητα ίδιου μέτρου u_1. Με την χρήση των δεδομένων της γραφικής :

$f_{A2} = 800Hz = \frac{u}{u+u_1}\cdot f_s$ (1) και $f_{A3} = 900Hz = \frac{u}{u-u_1}\cdot f_s$ (2)

Με διαίρεση κατά μέλη των σχέσεων (1) ,(2)

$\frac{800Hz}{900Hz} = \frac{u-u_1}{u+u_1} \Leftrightarrow 9u - 9u_1 = 8u + 8u_1 \Leftrightarrow u_1 = \frac{u}{17}$ (3)

Έστω u_1' το μέτρο της ταχύτητας του Σ1 αμέσως μετά την κρούση με το Σ2. Επειδή το Σ2 στην ακραία θέση του ,στιγμιαία ακίνητο, καταγράφει συχνότητα $f_{A1} = \frac{34}{35}\cdot f_s < f_s$ τότε το Σ1 έχει αλλάξει φορά κίνησης δηλαδή κινείται προς τα δεξιά.

Η συχνότητα f_{A1} είναι $f_{A1} = \frac{34}{35}\cdot f_s = \frac{u}{u+u_1'}\cdot f_s \Leftrightarrow 35u = 34u + 34u_1' \Leftrightarrow u_1' = \frac{u}{34} = \frac{u_1}{2}$ (4).

Για την ταχύτητα του Σ2 αμέσως μετά την κρούση εφαρμόζουμε διατήρηση της ορμής για τα δύο σώματα Σ1,Σ2. (θετική φορά προς τα αριστερά):

$\vec{p}_{\alpha\rho\chi} = \vec{p}_{\tau\varepsilon\lambda} \Leftrightarrow m_1\cdot u_1 + 0 = m_2\cdot u_2' - m_1\cdot u_1' \Leftrightarrow m_1(\frac{u}{17}+\frac{u}{34}) = 3m_1\cdot u_2' \Leftrightarrow u_2' = \frac{u}{34} = \frac{u_1}{2}$ (5)

Ελέγχουμε την κινητική ενέργεια του συστήματος ελάχιστα πριν και αμέσως μετά την κρούση.

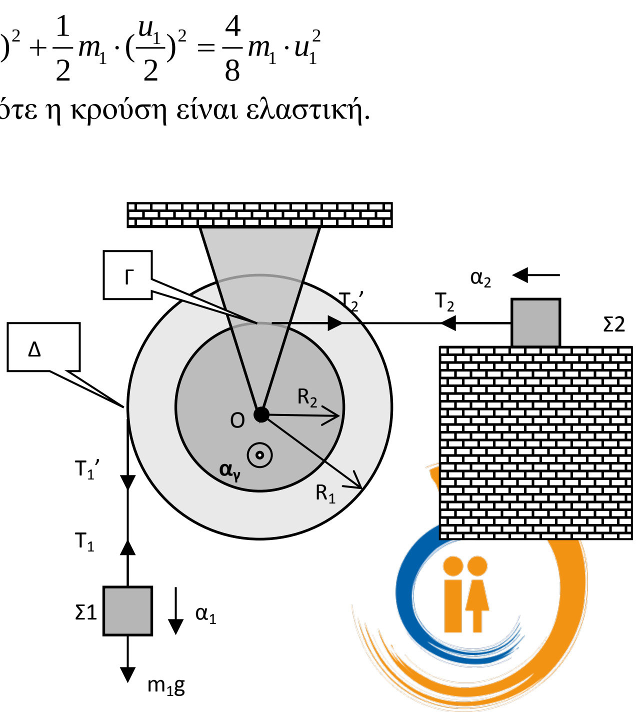
$K_{\alpha\rho\chi(\Sigma)} = \frac{1}{2}m_1\cdot u_1^2$

$K_{\tau\varepsilon\lambda(\Sigma)} = \frac{1}{2}m_2\cdot u_2'^2 + \frac{1}{2}m_1\cdot u_1'^2 = \frac{1}{2}3m_1\cdot(\frac{u_1}{2})^2 + \frac{1}{2}m_1\cdot(\frac{u_1}{2})^2 = \frac{4}{8}m_1\cdot u_1^2$

Διαπιστώνουμε ότι : $K_{\alpha\rho\chi(\Sigma)} = K_{\tau\varepsilon\lambda(\Sigma)}$ οπότε η κρούση είναι ελαστική.

Β3.

Ι. Σωστή η γ)



Στο διπλανό σχήμα φαίνονται οι δυνάμεις που επηρεάζουν την κίνηση του συστήματος.
Στον άξονα περιστροφής της τροχαλίας ασκείται το ολικό βάρος της τροχαλίας καθώς και μια δύναμη στήριξης με τυχαία διεύθυνση. Επίσης το σώμα Σ2 δέχεται το βάρος του καθώς και την κάθετη αντίδραση από το λείο δάπεδο.
Το σημείο Γ είναι σημείο του σχοινιού που συνοδεύει την κίνηση του Σ2 αλλά και σημείο της περιφέρειας του

δίσκου Δ2. Ο δίσκος εκτελεί μόνο στροφική κίνηση οπότε

$a_2 = a_\Gamma = a_{\varepsilon\pi\iota\tau\rho\acute{o}\chi\iota o\varsigma(\Gamma)} = \alpha_\gamma \cdot d = \alpha_\gamma \cdot R_2 (1)$.Όμοια για το σημείο Δ

$a_1 = a_\Delta = a_{\varepsilon\pi\iota\tau\rho\acute{o}\chi\iota o\varsigma(\Delta)} = \alpha_\gamma \cdot d = \alpha_\gamma \cdot R_1 (2)$

Από τις σχέσεις (1) ,(2) έχουμε : $\dfrac{a_1}{a_2} = \dfrac{a_\gamma \cdot R_1}{a_\gamma \cdot R_2} \Leftrightarrow \dfrac{a_1}{a_2} = \dfrac{R_1}{R_2} = \dfrac{0,6m}{0,4m} = \dfrac{3}{2}$

Δηλαδή $\boxed{a_1 = 1,5 \cdot a_2}$ (3)

II. Σωστή η α)

α) Για τα αβαρή μη εκτατά σχοινιά : $T_1' = T_1$ και $T_2' = T_2$.

β) Η ροπή αδράνειας της τροχαλίας είναι : $I = \dfrac{1}{2} m_1 R_1^2 + \dfrac{1}{2} m_2 R_2^2 = 1,6 kg \cdot m^2$

<u>Εύρεση α2:</u>

Θεμελιώδης νόμος για το σώμα Σ1 : $\Sigma F = m_1 \cdot a_1 \Leftrightarrow m_1 g - T_1 = m_1 \cdot (1,5 a_2)$ (4)

Θεμελιώδης νόμος για το σώμα Σ2 : $\Sigma F = m_2 \cdot a \Leftrightarrow T_2 = m_2 \cdot a_2$ (5)

Θεμελιώδης νόμος για την τροχαλία:

$$\Sigma\tau = I \cdot a_\gamma \Leftrightarrow T_1 \cdot R_1 - T_2 \cdot R_2 = I \cdot \left(\frac{a_2}{R_2}\right) \Leftrightarrow (1,5T_1 - T_2) \cdot R_2 = \frac{I}{R_2} \cdot a_2 \Leftrightarrow$$

$$1,5T_1 - T_2 = \frac{I}{R_2^2} \cdot a_2 (6)$$

Με πρόσθεση κατά μέλη των (4),(5) ,(6) :

$$m_1 g - T_1 + T_2 + 1,5T_1 - T_2 = \left(1,5m_1 + m_2 + \frac{I}{R_2^2}\right) \cdot a_2 \Leftrightarrow m_1 g + 0,5T_1 = \left(1,5m_1 + m_2 + \frac{I}{R_2^2}\right) \cdot a_2$$

(7)

Από τη σχέση (4) $T_1 = m_1 g - 1,5m_1 \cdot a_2 \Leftrightarrow 0,5T_1 = 0,5m_1 g - 0,75m_1$ (8)

Ο συνδυασμός των (7) ,(8) δίνει την τιμή : $\boxed{a_2 = \dfrac{1,5m_1 g}{2,25m_1 + m_2 + \dfrac{I}{R_2^2}}}$. Με αντικατάσταση

$a_2 = \dfrac{150}{22,5 + 5 + \dfrac{1,6}{0,16}} = \dfrac{150}{37,5} = 4\dfrac{m}{s^2}$. Άρα για την γωνιακή επιτάχυνση της τροχαλίας

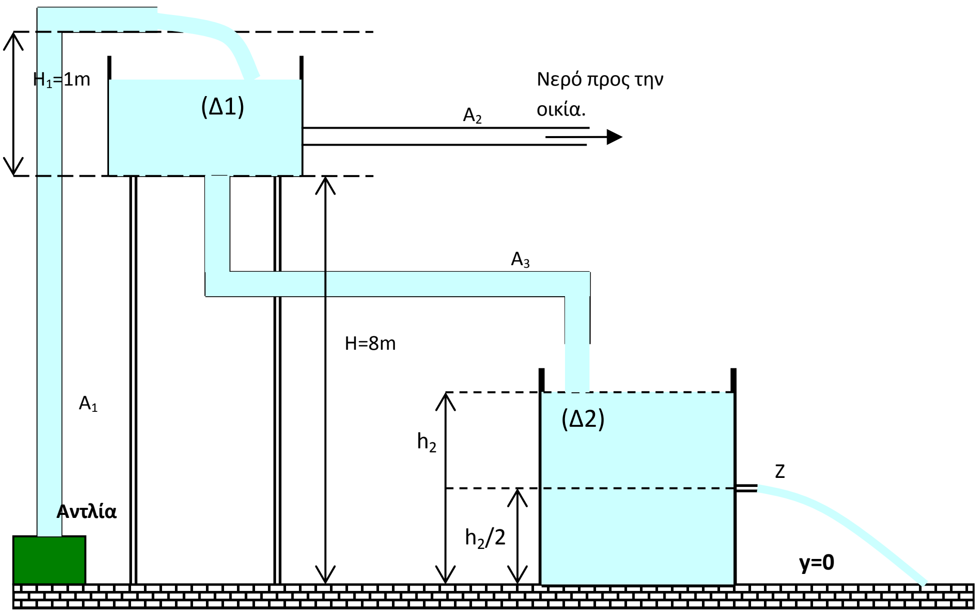
από τη σχέση (1) : $a_\gamma = \dfrac{\alpha_2}{R_2} = \dfrac{4}{0,4} rad/s^2 \Leftrightarrow \boxed{a_\gamma = 10 rad/s^2}$

III. Σωστή η β)

Ο ρυθμός μεταβολής της κινητικής ενέργειας της τροχαλίας, αφού εκτελεί μόνο στροφική κίνηση είναι $\dfrac{dK}{dt} = \pm \Sigma\tau_{\tau\rho} \cdot \omega_2$ όπου ω_2 η γωνιακή ταχύτητα της τροχαλίας εκείνη τη στιγμή και $\Sigma\tau_{\tau\rho}$ η ολική ροπή που δέχεται η τροχαλία.

Αλλά : $u_2 = \omega_2 \cdot R_2 \Leftrightarrow \omega_2 = \dfrac{u_2}{R_2} = \dfrac{6}{0,4} = 15 rad/s$ και $\Sigma\tau_{\tau\rho} = I \cdot a_\gamma = 1,6 \cdot 10 = 16 N \cdot m$

ΘΕΜΑ Γ



Γ1. Η αντλία μεταφέρει το νερό από το έδαφος σε ύψος $H + H_1 = 8 + 1 = 9m$ και προσδίδει σε αυτό κινητική ενέργεια γιατί εξέρχεται από το σωλήνα με ταχύτητα μέτρου υ. Εφαρμόζουμε ΘΜΚΕ για μια στοιχειώδη μάζα dm κατά την μετακίνησή της από το έδαφος μέχρι να εξέλθει του σωλήνα :

$$W_{αντλιας} + W_B = K_{τελ} - K_{αρχ} \Leftrightarrow W_{αντλιας} - dm \cdot g \cdot (H + H_1) = \frac{1}{2} dm \cdot u^2 \Leftrightarrow$$

$$W_{αντλιας} = dm \cdot g \cdot (H + H_1) + \frac{1}{2} dm \cdot u^2 (1)$$

Για την ισχύ της αντλίας : $P = \dfrac{dW_{αντλιας}}{dt} = \dfrac{dm}{dt} \cdot g \cdot (H + H_1) + \dfrac{1}{2} \cdot \dfrac{dm}{dt} \cdot u^2$ (2)

Αλλά : $\Pi = \dfrac{dV}{dt} \Leftrightarrow \Pi = \dfrac{\frac{dm}{\rho}}{dt} = \dfrac{1}{\rho} \cdot \dfrac{dm}{dt} \Leftrightarrow \dfrac{dm}{dt} = \Pi \cdot \rho = A \cdot u \cdot \rho$ (3)

Στη σχέσεις (2), (3) ο παράγοντας $\dfrac{dm}{dt}$ είναι ο ρυθμός με τον οποίο η αντλία μεταφέρει μάζα από το έδαφος στη δεξαμενή (Δ1).

Από τις (2),(3) : $P = \dfrac{dW_{αντλιας}}{dt} = A \cdot u \cdot \rho \cdot \left(g \cdot (H + H_1) + \dfrac{1}{2} \cdot u^2 \right)$ και με αντικατάσταση:

$\boxed{P = 140W}$

Γ2. Σύμφωνα με την εκφώνηση το σπίτι αντλεί νερό με σταθερή παροχή $\Pi_2 = A_2 \cdot u_2 = 4 \cdot 10^{-4} \cdot 2 = 8 \cdot 10^{-4} \dfrac{m^3}{s}$ ενώ η στάθμη του νερού στην δεξαμενή (Δ1) παραμένει σταθερή με το νερό εκεί να παρέχεται σταθερά κατά

$\Pi_1 = A_1 \cdot u = \pi \cdot r_1^2 \cdot u = 10^{-4} \cdot 10 \dfrac{m^3}{s} = 10 \cdot 10^{-4} \dfrac{m^3}{s}$.

Κατά συνέπεια η εισερχόμενη παροχή Π_1 του νερού στην δεξαμενή Δ1 είναι ίση με την εξερχόμενη παροχή στο σπίτι Π_2 και με την εξερχόμενη παροχή Π_3 στη δεξαμενή ποτίσματος Δ3. Έστω u_3 η ζητούμενη ταχύτητα.

$$\Pi_1 = \Pi_2 + \Pi_3 \Leftrightarrow 10\cdot 10^{-4} = 8\cdot 10^{-4} + \Pi_3 \Leftrightarrow \Pi_3 = 2\cdot 10^{-4}\frac{m^3}{s} \Leftrightarrow \Pi_3 = A_3 \cdot u_3 \Leftrightarrow$$

$$u_3 = \frac{\Pi_3}{A_3} = \frac{2\cdot 10^{-4}}{2\cdot 10^{-4}} = 1m/s$$

Γ3. Η στάθμη στην δεξαμενή Δ2 παραμένει σταθερή γιατί η εισερχόμενη παροχή Π_3 από την δεξαμενή Δ1 είναι ίση με την εξερχόμενη παροχή από μικρή οπή στο σημείο Ζ.

Δηλαδή: $\Pi_3 = \Pi_Z \Leftrightarrow \Pi_3 = A_Z \cdot u_Z \Leftrightarrow A_Z = \dfrac{\Pi_3}{u_Z} = \dfrac{2\cdot 10^{-4}}{4} \Leftrightarrow A_Z = 0,5cm^2$

Γ4. α) Εφαρμόζουμε εξίσωση Bernoulli για ένα σημείο της ελεύθερης επιφάνειας της δεξαμενής Δ2 και ένα σημείο μπροστά από την εξερχόμενη φλέβα νερού στο σημείο Ζ. Επίπεδο αναφοράς για την βαρυτική δυναμική ενέργεια το έδαφος.

$$p_{atm} + \rho\cdot g\cdot h_2 + \frac{1}{2}\rho\cdot 0^2 = p_{atm} + \rho\cdot g\cdot\frac{h_2}{2} + \frac{1}{2}\rho\cdot u_Z^2 \Leftrightarrow u_Z^2 = g\cdot h_2$$

$$\Rightarrow h_2 = \frac{u_Z^2}{g} \Leftrightarrow h_2 = 1,6m$$

β) Για το βεληνεκές $S_{\max} = u_z \cdot t_1$ έχουμε:

$y = \dfrac{1}{2}gt^2 \Leftrightarrow \dfrac{h_2}{2} = \dfrac{1}{2}gt_1^2 \Leftrightarrow t_1 = \sqrt{\dfrac{h_2}{g}} = \sqrt{0,16} = 0,4s$. Επειδή $u_Z = 4m/s$ το βεληνεκές είναι : $S_{\max} = u_z \cdot t_1 = 1,6m$

γ) Έστω x η απόσταση από το έδαφος μιας πλευρικής μικρής οπής η οποία δίνει το μέγιστο δυνατό βεληνεκές για το ύψος h_2 της δεξαμενής

Από το θεώρημα Torricelli η ταχύτητα εκροής είναι $u = \sqrt{2g(h_2 - x)}$ ενώ ο χρόνος πτώσης της φλέβας : $x = \dfrac{1}{2}gt_2^2 \Leftrightarrow t_2 = \sqrt{\dfrac{2x}{g}}$

Το βεληνεκές σε συνάρτηση με το ύψος x είναι:

$$S_{\max} = \sqrt{2g(h_2 - x)}\cdot\sqrt{\frac{2x}{g}} = \sqrt{4x(h_2 - x)} \Leftrightarrow x^2 - 1,6\cdot x + \frac{S^2_{\max}}{4} = 0\,(1)$$

Για να έχει λύσεις η εξίσωση (1) πρέπει $\Delta \geq 0 \Leftrightarrow 1,6^2 - S_{\max}^2 \geq 0 \Leftrightarrow S_{\max} \leq 1,6m\,(2)$

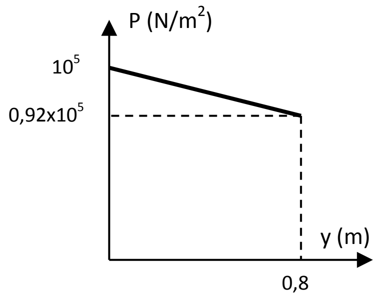
Η τελευταία σχέση δίνει μέγιστο βεληνεκές αυτό που υπολογίσαμε για την οπή στο σημείο Ζ για την τιμή του $x = -\dfrac{\beta}{2\alpha} = 0,8m = \dfrac{h_2}{2}$. Τελικά το βεληνεκές που υπολογίσαμε είναι το μέγιστο δυνατό.

Γ5. ι) Εφαρμόζουμε την εξίσωση Bernoulli για ένα σημείο της ελεύθερης επιφάνειας της δεξαμενής Δ2 και για ένα σημείο Γ μπροστά από την εξερχόμενη φλέβα νερού στον ποτιστικό σωλήνα. Επίπεδο αναφοράς για την βαρυτική δυναμική ενέργεια το έδαφος.

$$p_{atm} + \rho\cdot g\cdot h_2 + \frac{1}{2}\rho\cdot 0^2 = p_{atm} + \rho\cdot g\cdot 0 + \frac{1}{2}\rho\cdot u_\Gamma^2 \Leftrightarrow$$

$$u_\Gamma = \sqrt{2g\cdot h_2} = \sqrt{32} = 4\sqrt{2}m/s$$

ιι) Εφαρμόζουμε την εξίσωση Bernoulli για ένα τυχαίο σημείο στο εσωτερικό του ποτιστικού σωλήνα που απέχει y από το έδαφος και για το σημείο Γ μπροστά από την εξερχόμενη φλέβα νερού στον ποτιστικό σωλήνα (βρίσκεται στο έδαφος). Επίπεδο αναφοράς για την βαρυτική δυναμική ενέργεια το έδαφος. Από την εξίσωση της συνέχειας η ταχύτητα ροής του υγρού μέσα στον ποτιστικό σωλήνα είναι η ταχύτητα εκροής που υπολογίσαμε προηγουμένως , η u_Γ, γιατί το εμβαδόν διατομής του σωλήνα είναι σταθερό.



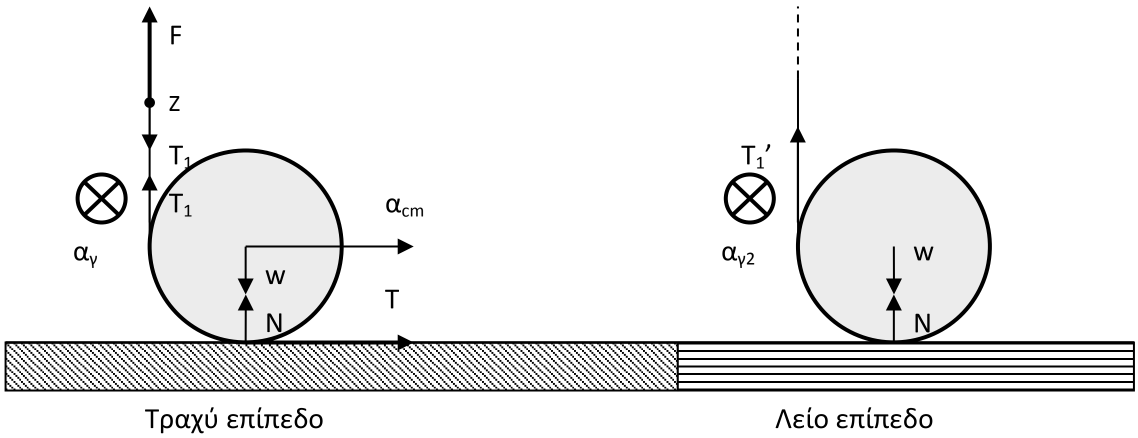
$$p+\rho\cdot g\cdot y+\frac{1}{2}\rho\cdot u_\Gamma^2=p_{atm}+\rho\cdot g\cdot 0+\frac{1}{2}\rho\cdot u_\Gamma^2 \Leftrightarrow$$

$$p=p_{atm}-\rho\cdot g\cdot y \Leftrightarrow p=10^5-10^4\cdot y(SI),$$

$$0\le y\le\frac{h_2}{2}=0{,}8m$$

Η γραφική παράσταση είναι η παραπάνω.

ΘΕΜΑ Δ



Δ1. Στο μη λείο επίπεδο ο κύλινδρος εκτελεί σύνθετη κίνηση , μια ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη με επιτάχυνση $a_{cm}=a_\gamma\cdot R$ και μια στροφική ομαλά επιταχυνόμενη με επιτάχυνση a_γ. Μεταφορική επιτάχυνση προκαλεί η στατική τριβή T που έχει τη φορά του σχήματος. **Εύρεση** a_{cm}.

Ισχύει : $F=T_1=12N$

Μεταφορική κίνηση cm : $\Sigma F_x=m\cdot a_{cm}\Leftrightarrow T=m\cdot a_{cm}$ (1)

Στροφική κίνηση: $\Sigma\tau=I_{cm}\cdot a_\gamma\Leftrightarrow F\cdot R-T\cdot R=\frac{1}{2}mR^2\cdot\frac{a_{cm}}{R}\Leftrightarrow F-T=\frac{1}{2}m\cdot a_{cm}$ (2)

Από τις σχέσεις (1) ,(2) : $F=\frac{3}{2}m\cdot a_{cm}\Leftrightarrow a_{cm}=\frac{2F}{3m}(3)\Leftrightarrow a_{cm}=2\frac{m}{s^2}$

Το σχοινί δε γλιστρά, ούτε επίσης ο κύλινδρος στο επίπεδο οπότε αν ξετυλιχθεί σχοινί μήκους dS το κέντρο μάζας του κυλίνδρου έχει μετατοπιστεί δεξιά κατά $dx=dS$.Άρα όταν το σημείο Ζ έχει μετατοπιστεί κατά 4m τότε και το κέντρο μάζας του κυλίνδρου έχει μετατοπιστεί επίσης κατά 4m.

Έστω t_1 η χρονική στιγμή για την οποία το κέντρο μάζας έχει τη ζητούμενη ταχύτητα

u_1. Από το είδος κίνησης: $\Delta x_1 = \frac{1}{2} a_{cm} \cdot t_1^2 \Leftrightarrow t_1 = \sqrt{\frac{2\Delta x_1}{a_{cm}}} \Leftrightarrow t_1 = 2s$

Άρα $u_1 = a_{cm} \cdot t_1 = 2 \cdot 2 = 4m/s \Leftrightarrow \boxed{u_1 = 4m/s}$

Δ2. Η δύναμη F που ασκούμε εμείς μέσω του νήματος επηρεάζει την στατική τριβή που δέχεται ο κύλινδρος γιατί καθορίζει την κάθετη αντίδραση που δέχεται ο κύλινδρος από το επίπεδο. Από την ισορροπία στον άξονα y:

$\Sigma F_y = 0 \Leftrightarrow F + N - w = 0 \Leftrightarrow N = mg - F$ (4)

Η οριακή στατική τριβή είναι : $T_{o\rho} = \mu_{o\rho} \cdot N$ και από την (4) $T_{o\rho} = \mu_{o\rho}(mg - F)$ (5)

Από τη σχέση (1) και τη σχέση (3) η τυχαία στατική τριβή που δέχεται ο κύλινδρος είναι : $T = m \cdot a_{cm} = m \cdot \frac{2F}{3m} = \frac{2F}{3}$ (6)

Για να κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει ο κύλινδρος πρέπει σε κάθε περίπτωση :

$T \le T_{o\rho} \Leftrightarrow \frac{2F}{3} \le \mu_{o\rho}(mg - F) \Leftrightarrow \frac{2F}{3} \le \frac{2}{3}(mg - F) \Leftrightarrow 2F \le mg \Leftrightarrow F \le \frac{mg}{2}$.

Η μέγιστη τιμή της δύναμης F για Κ.Χ.Ο. είναι $\boxed{F_{\max} = \frac{mg}{2} = 20N}$.

Δ3. α) Ο κύλινδρος εισέρχεται στο λείο επίπεδο την t=t₁ με ταχύτητα $u_1 = 4m/s$, γωνιακή ταχύτητα $\omega_1 = \frac{u_1}{R} = 20rad/s$ και γωνιακή επιτάχυνση $a_\gamma = \frac{a_{cm}}{R} = 10rad/s^2$

Στο επίπεδο αυτό καταργείται η στατική τριβή και η μεταφορική οριζόντια κίνηση του κυλίνδρου γίνεται ευθύγραμμη ομαλή με ταχύτητα κέντρου μάζας u_1.

Η στροφική κίνηση διατηρείται ομαλά επιταχυνόμενη με νέα γωνιακή επιτάχυνση που προκύπτει από τον θεμελιώδη νόμο :

$\Sigma\tau = I_{cm} \cdot a_\gamma \Leftrightarrow T_1' \cdot R = \frac{1}{2} mR^2 \cdot a_{\gamma 2} \Leftrightarrow a_{\gamma 2} = \frac{2F}{mR} \Leftrightarrow a_{\gamma 2} = 30\frac{rad}{s^2}$

Με νέα αρχή μέτρησης των χρόνων την στιγμή εισόδου στο λείο επίπεδο η γωνιακή ταχύτητα ω₂ έχει μέτρο : $\omega_2 = \omega_0 + \alpha_{\gamma 2} \cdot t \Leftrightarrow \omega_2 = \omega_1 + \alpha_{\gamma 2} \cdot t$ όπου t=2s

Με αντικατάσταση: $\omega_2 = 20 + 30 \cdot 2 \Leftrightarrow \omega_2 = 80rad/s$

Η κινητική ενέργεια του κυλίνδρου είναι

$K = K_{\mu\varepsilon\tau} + K_{\sigma\tau\rho} = \frac{1}{2} m \cdot u_1^2 + \frac{1}{2} I_{cm} \cdot \omega_2^2$ και με αντικατάσταση : $\boxed{K = 288J}$

β) Μεταβάλλεται μόνο η στροφική κινητική ενέργεια του κυλίνδρου με ρυθμό :

$\frac{dK_{\sigma\tau}}{dt} = +\Sigma\tau \cdot \omega_2 = +(F \cdot R) \cdot \omega_2 \Leftrightarrow \boxed{\frac{dK_{\sigma\tau}}{dt} = +192\frac{J}{s}}$

Δ4. α) Σύμφωνα με την εκφώνηση η δύναμη που ασκούμε στο άκρο Ζ δίνεται από την πρωτοβάθμια ως προς το χρόνο συνάρτηση: $F = 12 + 1 \cdot t$ στο SI.

$t_2 \le t \le t_3 = t_2 + 28s$

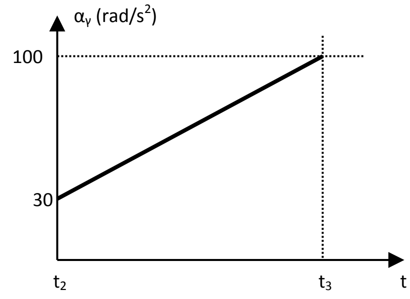
Η μέγιστη τιμή της συνάρτησης είναι η $F_{\max} = 40N$ την χρονική στιγμή $t_3 = t_2 + 28s$

Αυτή τη χρονική στιγμή μηδενίζεται η κάθετη αντίδραση από το επίπεδο γιατί η δύναμη F είναι αντίθετη του βάρους $w = 40N$.

Η γωνιακή επιτάχυνση προκύπτει από τον θεμελιώδη νόμο :

$a_\gamma = \frac{F \cdot R}{I_{cm}} = \frac{(12 + 1 \cdot t)R}{\frac{1}{2} mR^2} \Leftrightarrow a_\gamma = \frac{2(12 + 1 \cdot t)}{mR} \Leftrightarrow a_\gamma = 30 + 2,5 \cdot t$ για $t_2 \le t \le t_3$.

Η ζητούμενη γραφική παράσταση είναι :



β) Την χρονική στιγμή t=t$_3$ η γωνιακή επιτάχυνση του κυλίνδρου είναι $a_{\gamma} = 100 rad/s^2$. Η επιτάχυνση του σημείου Ζ είναι ίση με την εφαπτομενική επιτάχυνση του σημείου Λ του σχοινιού που ταυτίζεται με ένα σημείο της περιφέρειας της τροχαλίας.

Το σημείο αυτό Λ απέχει R από το λείο επίπεδο και βρίσκεται ακριβώς εκεί που ξετυλίγεται το σχοινί. Ισχύει: $a_{\Lambda} = a_{Z} = a_{\varepsilon\pi\iota\tau\rho\acute{o}\chi\iota o\varsigma(\Lambda)} = \alpha_{\gamma} \cdot R = 100 \cdot 0,2 = 20 m/s \Leftrightarrow$ $a_Z = 20 m/s^2$

<u>ΕΠΙΜΕΛΕΙΑ:</u>

ΔΗΜΗΤΡΙΟΥ ΑΡΗΣ – ΚΑΤΣΑΡΟΥ ΚΑΤΕΡΙΝΑ
ΠΥΡΟΒΟΛΟΥ ΚΩΣΤΑΣ – ΧΡΥΣΟΒΕΡΓΗΣ ΘΑΝΑΣΗΣ