Κανάρη 36, Δάφνη
Τηλ. 210 9713934 & 210 9769376

ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗΣ

ΦΥΣΙΚΗ

Ο.Π. ΘΕΤΙΚΩΝ ΣΠΟΥΔΩΝ

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

Ι. 1.Δ 2.Β 3.Γ 4.Α ΙΙ. 1.Λ 2.Λ 3.Λ 4.Σ 5.Σ

ΘΕΜΑ Β

Β1. Σωστή η β)

Για το σημείο Λ ισχύει : $Π_1Λ$-$Π_2Λ$=4λ ή $d_1 - d_2 = 4\lambda$

Για το σημείο Σ που ανήκει στη ίδια υπερβολή: $r_1 - r_2 = 4\lambda$ (1)

Επίσης από την εκφώνηση : $r_1 = 10\lambda$ (2). Έστω $d = \Pi_1\Pi_2$.

Από το σχήμα : $r_1^2 = r_2^2 + (\Pi_1\Pi_2)^2 \Leftrightarrow r_1^2 = r_2^2 + d^2 \Leftrightarrow (10\lambda)^2 = (6\lambda)^2 + d^2 \Leftrightarrow d = 8\lambda.$ (3)

Βρίσκουμε το πλήθος των σημείων αποσβετικής συμβολής στο ευθύγραμμο τμήμα $Π_1Π_2$=d.

Για ένα τυχαίο σημείο απόσβεσης που απέχει αποστάσεις x_1, x_2 από τις δύο πηγές ισχύουν οι σχέσεις :

$x_1 - x_2 = (2N+1)\dfrac{\lambda}{2}$ (4) και $x_1 + x_2 = d = 8\lambda.$(5)

Από τις σχέσεις (4 ,(5) έχουμε $2x_1 = (2N+1)\dfrac{\lambda}{2} + 8\lambda \Leftrightarrow x_1 = (2N+1)\dfrac{\lambda}{4} + 4\lambda$.

Με τον περιορισμό ότι $0 \le x_1 \le 8\lambda$ προκύπτει ότι : $0 \le (2N+1)\dfrac{\lambda}{4} + 4\lambda \le 8\lambda$ (6)

Από την τελευταία σχέση (με λύση της διπλής ανίσωσης ως προς Ν) προκύπτουν 16 σημεία, δηλαδή 16 ακέραιες τιμές του Ν που δίνουν σημεία απόσβεσης στο ευθύγραμμο τμήμα.

Τα 8 σημεία από αυτά βρίσκονται δεξιά της μεσοκαθέτου του ευθύγραμμου τμήματος $Π_1Π_2$, δηλαδή στο τμήμα $ΜΠ_2$. Αλλά μεταξύ του σημείου Λ και του Μ υπάρχουν 4 υπερβολές απόσβεσης που αντιστοιχούν στις ακέραιες τιμές Ν=0,1,2,3. Τελικά στο τμήμα $ΛΠ_2$ υπάρχουν 8-4=4 σημεία αποσβετικής συμβολής που αντιστοιχούν στις ακέραιες τιμές Ν=4,5,6,7.

Β2. Ι. Η δύναμη ελατηρίου που ασκείται στα σώματα έχει κάθε χρονική στιγμή το ίδιο μέτρο και αντίθετη φορά. Είναι επίσης συντηρητική δύναμη και δεν καταναλώνει ενέργεια, απλά μετατρέπει την μηχανική του Σ1 σε άλλο είδος μηχανικής για το σώμα Σ2 και σε δυναμική ενέργεια του ιδίου του ελατηρίου. Δηλαδή η μηχανική ενέργεια του συστήματος σε όλη την διάρκεια της αλληλεπίδρασης διατηρείται. Η δύναμη αυτή επιβραδύνει το Σ1 και επιταχύνει το αρχικά ακίνητο Σ2. Όσο η ταχύτητα του Σ1 είναι μεγαλύτερη της ταχύτητας του Σ2 το ελατήριο συσπειρώνεται και η συχνότητα που καταγράφει ο ανιχνευτής είναι μεγαλύτερη από f_s.Μια χρονική στιγμή παρατηρείται η μέγιστη συσπείρωση του ελατηρίου, η ελάχιστη απόσταση των δύο σωμάτων, κατά την οποία αποκτούν την ίδια ταχύτητα v. Εκείνη ακριβώς την στιγμή η συχνότητα που καταγράφει ο ανιχνευτής πάνω στο σώμα Σ2 είναι: $f_A = \frac{u-v}{u-v} \cdot f_s = f_s$. Άρα υπάρχει μια χρονική στιγμή που η συχνότητα καταγραφής είναι η f_s.

ΙΙ. Σωστή η β)

Έστω u_1', u_2' οι ταχύτητες των σωμάτων Σ1,Σ2 αντίστοιχα όταν το ελατήριο αποσυσπειρωθεί και αποκτήσει ξανά το φυσικό του μήκος.

Το σύστημα είναι μονωμένο. Εφαρμόζουμε διατήρηση ορμής για το σύστημα στην αρχική και την τελική που το ελατήριο έχει πάλι το φυσικό του μήκος. Θετική φορά ορμής προς τα δεξιά.

Α.Δ.Ο: $\vec{p}_{\pi\rho\iota\nu} = \vec{p}_{\mu\varepsilon\tau\alpha} \Leftrightarrow m_1 \cdot u_1 = m_1 \cdot u_1' + m_2 \cdot u_2'$ (1)

ΑΔ.Μ.Ε: $E_{MHX\,\pi\rho\iota\nu} = E_{MHX\,\mu\varepsilon\tau\alpha} \Leftrightarrow \frac{1}{2} m_1 \cdot u_1^2 = \frac{1}{2} m_1 \cdot u_1^{2'} + \frac{1}{2} m_2 \cdot u_2^{2'}$ (2)

Για την απλοποίηση και επειδή $m_2 = 3m_1$ οι σχέσεις (1),(2) γράφονται:

$u_1 - u_1' = 3 \cdot u_2'$ (3) και $u_1^2 - u_1^{2'} = 3 \cdot u_2^{2'}$ (4)

Με διαίρεση κατά μέλη των (3),(4) : $\frac{u_1 - u_1'}{u_1^2 - u_1^{2'}} = \frac{3 \cdot u_2'}{3 \cdot u_2^{2'}} \Leftrightarrow u_2' = u_1 + u_1'$ (5)

Από τις σχέσεις (3) και (5) βρίσκουμε : $u_2' = \frac{u_1}{2} = +10\frac{m}{s}$ και $u_1' = -\frac{u_1}{2} = -10\frac{m}{s}$

Η συχνότητα που καταγράφει ο ανιχνευτής τώρα είναι

$$f_{A(\tau\varepsilon\lambda)} = \frac{u - u_2}{u + |u_1'|} \cdot f_s = \frac{340 - 10}{340 + 10} \cdot 700 = 660 Hz$$

Β3. Σωστή η β)

Αρχικά.

Η πίεση που επικρατεί στην ελεύθερη επιφάνεια του υγρού είναι η ατμοσφαιρική. Από το θεώρημα Torricelli η ταχύτητα εκροής του υγρού από την οπή δίνεται από τον τύπο :

$u = \sqrt{2g\frac{h}{2}} = \sqrt{gh}$ ενώ ο χρόνος πτώσης της φλέβας από ύψος $\frac{h}{2}$ είναι $t_1 = \sqrt{\frac{h}{g}}$.

Το βεληνεκές της βολής είναι $S = u \cdot t_1 = \sqrt{gh} \cdot \sqrt{\frac{h}{g}} = h$.

Τελικά.

Το βεληνεκές της φλέβας έχει διπλασιαστεί και επειδή ο χρόνος πτώσης εξαρτάται από την απόσταση της οπής από το έδαφος που είναι κάτι αμετάβλητο

καταλαβαίνουμε ότι η ταχύτητα εκροής έγινε διπλάσια και ίση με $u' = 2\sqrt{gh}$ (1)
Εφαρμόζουμε εξίσωση Bernoulli για ένα σημείο Ζ του υγρού ακριβώς κάτω από το έμβολο και για το σημείο Κ που βρίσκεται μπροστά από την φλέβα του νερού που εκρέει. Τα σημεία Σ,Κ ανήκουν στην ίδια ρευματική γραμμή. Το επίπεδο μηδενικής βαρυτικής δυναμικής ενέργειας είναι το έδαφος

$$p_Z + \frac{1}{2}\rho \cdot u_Z^2 + \rho g \cdot h_Z = p_k + \frac{1}{2}\rho \cdot u_k^2 + \rho g \cdot h_k \quad (2)$$

Αλλά :

- $p_Z = p_{atm} + \dfrac{F}{A}$
- $u_Z = 0$ γιατί η ελεύθερη επιφάνεια έχει πολύ μεγαλύτερο εμβαδόν διατομής από την οπή.
- $h_Z = h$
- $p_k = p_{atm}$, $u_k = u' = 2\sqrt{gh}$, $h_k = \dfrac{h}{2}$

Με αντικατάσταση: $p_{atm} + \dfrac{F}{A} + \rho g \cdot h = p_{atm} + \dfrac{1}{2}\rho \cdot [2\sqrt{gh}]^2 + \rho g \cdot \dfrac{h}{2} \Leftrightarrow \dfrac{F}{A} = \dfrac{3}{2}\rho g h$

Β4. Επειδή η ράβδος περιστρέφεται ως προς το ένα άκρο της θα πρέπει να υπολογίσουμε τη ροπή αδράνειας ως προς αυτό το σημείο.
Χρησιμοποιώντας το θεώρημα Steiner θα έχουμε ότι:

$$I = I_{cm} + M\left(\frac{L}{2}\right)^2 = \frac{1}{12}M L^2 + \frac{1}{4}ML^2 \Leftrightarrow I = \frac{1}{3}ML^2.$$

Η μάζα τρυπάει τη ράβδο σε σημείο που απέχει από το κάτω άκρο της 20cm. Άρα, από το σημείο περιστροφής θα απέχει απόσταση d = 1m.
Εφαρμόζουμε διατήρηση της στροφορμής από το οποίο θα έχουμε ότι:
<u>Α.Δ.Σ.</u>

$$L_{ΑΡΧ} = L_{ΤΕΛ} \Leftrightarrow m\upsilon_o d = I\omega + m\frac{\upsilon_o}{2}d \Leftrightarrow m\frac{\upsilon_o}{2}d = I\omega \Leftrightarrow m\frac{\upsilon_o}{2}d = \frac{1}{3}ML^2\omega$$

$$20 \cdot 10^{-3}\,\frac{\upsilon_o}{2}\cdot 1 = \frac{1}{3}\cdot 2\cdot (1{,}2)^2\cdot\omega \Leftrightarrow \upsilon_o = 96\cdot\omega \quad (1)$$

Το ποσοστό της θερμότητας θα υπολογιστεί ως εξής:

$$Q = \frac{E_{ΑΡΧ} - E_{ΤΕΛ}}{E_{ΑΡΧ}} x100\% = \left(1 - \frac{E_{ΤΕΛ}}{E_{ΑΡΧ}}\right) x\ 100\%$$

Όπου $E_{ΑΡΧ}$ η αρχική ενέργεια του σώματος που χτυπάει στη ράβδο και $E_{ΤΕΛ}$ η ενέργεια μετά την κρούση της ράβδου και του σώματος που έχει πλέον εξέλθει από αυτήν

$$E_{ΑΡΧ} = \frac{1}{2}m\,\upsilon_o^2 \quad E_{ΤΕΛ} = \frac{1}{2}m\left(\frac{\upsilon_o}{2}\right)^2 + \frac{1}{3}ML^2\,\omega^2$$

Οπότε θα έχουμε:

$$E_{ΑΡΧ} = 10^{-2}\cdot\upsilon_o^2 \quad \text{και } E_{ΤΕΛ} = \frac{1}{4}\cdot 10^{-2}\cdot\upsilon_o^2 + \frac{2}{3}\cdot 1{,}44\cdot\omega^2$$

Και χρησιμοποιώντας και τη σχέση (1) θα προκύψει ότι:

Άρα $Q = \left(\dfrac{3}{4} - \dfrac{1}{192}\right)x100\% = 0{,}747$ ή 74,5%

Άρα σωστή η απάντηση α

Για να εκτελέσει η ράβδος ανακύκλωση αρκεί να φτάσει στην ανώτερη κατακόρυφη θέση με μηδενική ταχύτητα

Θεωρούμε επίπεδο μηδενικής δυναμικής ενέργειας το σημείο που βρίσκεται το κέντρο μάζας της ράβδου αρχικά

Άρα στην ανώτερη θέση θα απέχει απόσταση ίση με το μήκος L της ράβδου

Εφαρμόζουμε διατήρηση της ενέργειας από τη στιγμή που εξέρχεται η μάζα από τη ράβδο έως τη στιγμή που φτάνει αυτή στην ανώτερη θέση της

$E_{ΑΡΧ} = E_{ΤΕΛ} \Leftrightarrow \frac{1}{2} I\,\omega^2 = MgL$

Αφού στην αρχή η ράβδος έχει μόνο κινητική και στο τέλος μόνο δυναμική

$\frac{1}{3} ML^2\,\omega^2 = MgL$ από την οποία προκύπτει ότι η γωνιακή ταχύτητα της ράβδου αμέσως μετά την κρούση θα πρέπει να ισούται με $\omega = 5\sqrt{2}\ \frac{rad}{sec}$

Εφαρμόζουμε πάλι τη διατήρηση στροφορμής για την κρούση του σώματος με τη ράβδο και θα έχουμε ότι

<u>Α.Δ.Σ.</u>

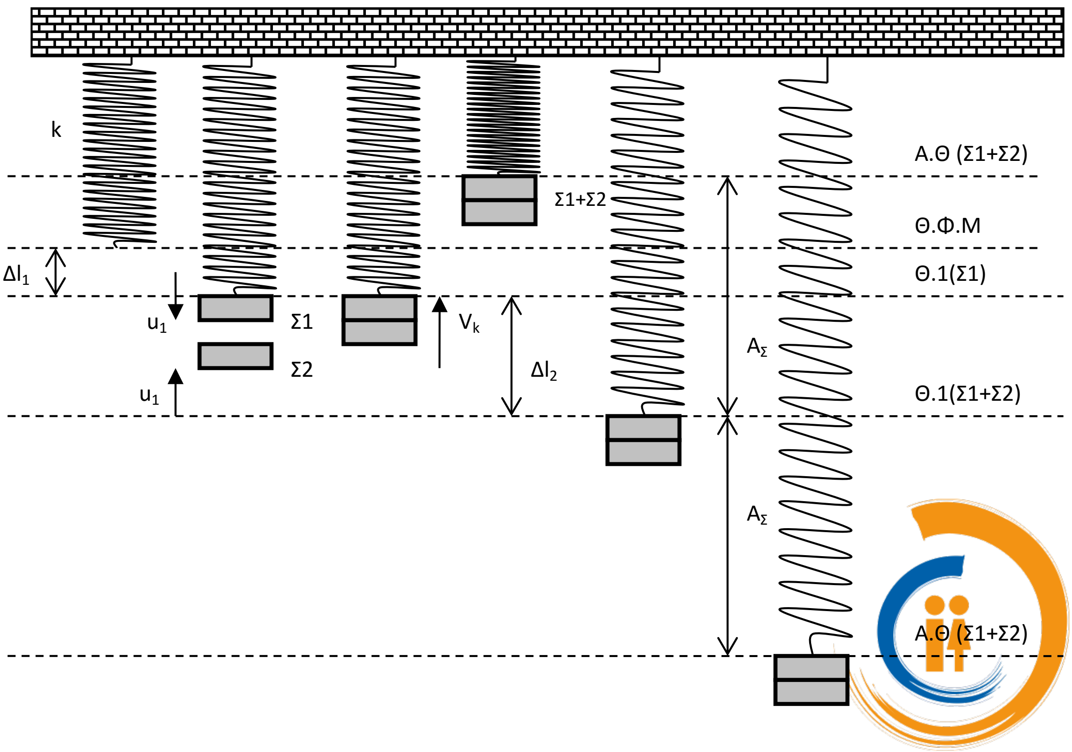
$L_{ΑΡΧ} = L_{ΤΕΛ} \Leftrightarrow m\cdot v\cdot d = I\cdot\omega + m\frac{v}{2}d \Leftrightarrow m\frac{v}{2}d = I\omega \Leftrightarrow m\frac{v}{2}d = \frac{1}{3}ML^2\omega$

Κάνοντας αντικατάσταση τις τιμές των αντίστοιχων μεγεθών θα προκύψει ότι η ζητούμενη ταχύτητα ισούται με

$v = 480\sqrt{2}\ \frac{m}{sec}$

Άρα σωστή η απάντηση α

ΘΕΜΑ Γ



Γ1. Το σώμα Σ1 έχει αρχικό πλάτος ταλάντωσης που προκύπτει από την ολική του ενέργεια : $A=\sqrt{\frac{2E}{k}}=\sqrt{\frac{2\cdot 13,5}{100}}=0,3\sqrt{3}m$. Η κυκλική συχνότητα είναι

$$\omega_1=\sqrt{\frac{k}{m_1}}=10rad/s$$

Το μέτρο της ταχύτητας που έχουν και τα δύο σώματα ελάχιστα πριν συγκρουστούν είναι η μέγιστη ταχύτητα ταλάντωσης του σώματος Σ1 πριν την κρούση :

$u_{1(\max)}=u_1=\omega_1\cdot A=3\sqrt{3}m/s$.

Εφαρμόζουμε Α.Δ.Ο για το σύστημα των Σ1,Σ2 με θετική φορά προς τα κάτω :

$$\vec{p}_{\pi\rho\iota\nu}=\vec{p}_{\mu\varepsilon\tau\alpha}\Leftrightarrow m_1\cdot u_1-(3m_1)\cdot u_1=(m_1+3m_1)\cdot V_k\Leftrightarrow V_k=-\frac{u_1}{2}\Leftrightarrow V_k=-\frac{3\sqrt{3}}{2}m/s$$

Γ2. Γενική μορφή : $y=A_\Sigma\cdot\eta\mu(\omega\cdot t+\varphi_0)$ (1)

Από την αρχική ισορροπία του σώματος Σ1 προκύπτει :

$$m_1g=k\cdot\Delta l_1\Leftrightarrow\Delta l_1=\frac{m_1g}{k}=0,1m$$

Από την θέση ισορροπίας του συσσωματώματος που βρίσκεται πιο κάτω κατά Δl_2 από την αρχική του Σ1 ισχύει : $m_1g+m_2g=k\cdot(\Delta l_1+\Delta l_2)\Leftrightarrow\Delta l_2=\frac{m_2g}{k}=0,3m$

Αμέσως μετά την κρούση του σώμα Σ1+Σ2 απέχει από τη θέση ισορροπίας ταλάντωσής του κατά Δl_2 και έχει ταχύτητα V_k. Για το πλάτος έχουμε με ΑΔΕΤ :

$E=K+U\Leftrightarrow\frac{1}{2}kA_\Sigma^2=\frac{1}{2}(m_1+m_2)\cdot V_k^2+\frac{1}{2}k\Delta l_2^2$. Με αντικατάσταση των τιμών προκύπτει ότι $\boxed{A_\Sigma=0,6m}$.

Η κυκλική συχνότητα ταλάντωσης του συσσωματώματος είναι

$$\omega=\sqrt{\frac{k}{m_1+m_2}}=5rad/s$$

Για την αρχική φάση την χρονική στιγμή t=0 που είναι η στιγμή της κρούσης ισχύει $y=+0,3m=\frac{A_\Sigma}{2}$ και u>0. Εύκολα προκύπτει ότι $\varphi_0=\pi/6$.

Τελικά από τη σχέση (1) : $y=0,6\cdot\eta\mu(5\cdot t+\frac{\pi}{6})$ (SI).

Γ3. Η μέγιστη δυναμική ενέργεια του ελατηρίου πριν την κρούση είναι παρατηρούμενη στην κάτω ακραία θέση : $U_{\text{ΕΛ(ΑΡΧ)}}=\frac{1}{2}k\left(\Delta l_1+A\right)^2$

Η μέγιστη δυναμική ενέργεια του ελατηρίου μετά την κρούση είναι στην ίδια αντίστοιχη θέση: $U_{\text{ΕΛ(ΤΕΛ)}}=\frac{1}{2}k\left(\Delta l_1+\Delta l_2+A_\Sigma\right)^2$

Το ποσοστό είναι :

$$\frac{U_{\text{ΕΛ(ΤΕΛ)}}-U_{\text{ΕΛ(ΑΡΧ)}}}{U_{\text{ΕΛ(ΑΡΧ)}}}100\%=\frac{\frac{1}{2}k\left(\Delta l_1+\Delta l_2+A_\Sigma\right)^2-\frac{1}{2}k\left(\Delta l_1+A\right)^2}{\frac{1}{2}k\left(\Delta l_1+A\right)^2}100\%$$

Με αντικατάσταση : $\frac{(1)^2-(0,6)^2}{(0,6)^2}100\% = +\frac{1600}{9}\%$

Γ4. Ο ρυθμός μεταβολής της ταχύτητας του συσσωματώματος είναι ίσος με το μηδέν για πρώτη φορά μετά την κρούση όταν το συσσωμάτωμα διέρχεται για πρώτη φορά από τη θέση ισορροπίας του με ταχύτητα μέτρου $u_{(\max\Sigma)} = \omega \cdot A_{\Sigma} = 5\cdot 0,6 = 3m/s$ και αρνητικής φοράς για την ταλάντωση. Στην θέση ισορροπίας η δύναμη του ελατηρίου έχει φορά προς τα πάνω και μέτρο
$F_{\varepsilon\lambda} = k(\Delta l_1 + \Delta l_2) = 40N$

$$\left|\frac{dU_{\varepsilon\lambda}}{dt} - \left|-\frac{dW_{F\varepsilon\lambda}}{dt}\right|\right| = \left|-F_{\varepsilon\lambda}\cdot u_{\max(\Sigma)}\right| = 40\cdot 3 = 120\frac{J}{s}$$

Ο ρυθμός αυτός έχει θετικό πρόσημο εκείνη τη στιγμή γιατί το σώμα κινείται προς τα κάτω και η δυναμική ενέργεια του ελατηρίου αυξάνεται.

ΘΕΜΑ Δ

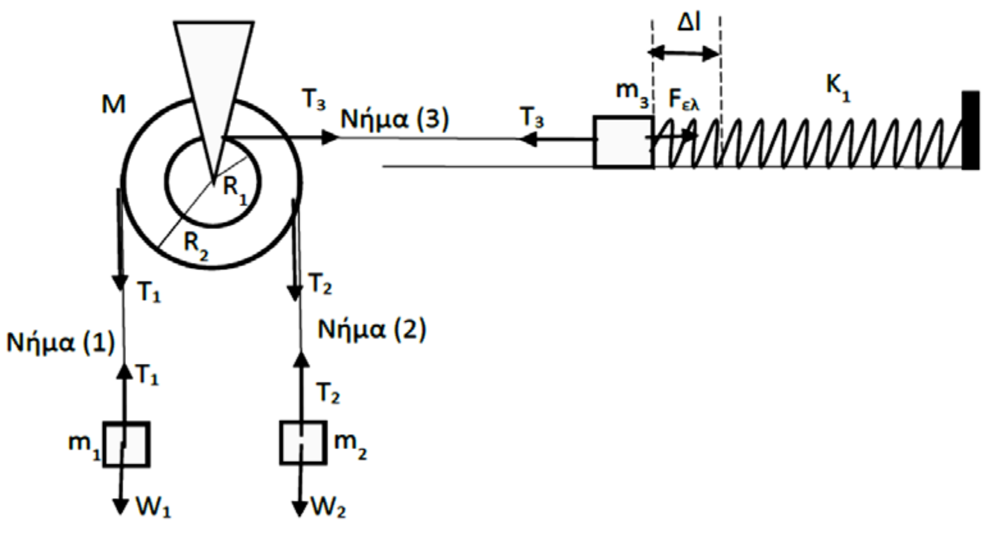
Δ1. Από τις συνθήκες ισορροπίας για το κάθε σώμα έχουμε:

m_1: $\Sigma F = 0 \to T_1 = m_1 \cdot g \to T_1 = 10N$

m_2: $\Sigma F = 0 \to T_2 = m_2 \cdot g \to T_2 = 5N$

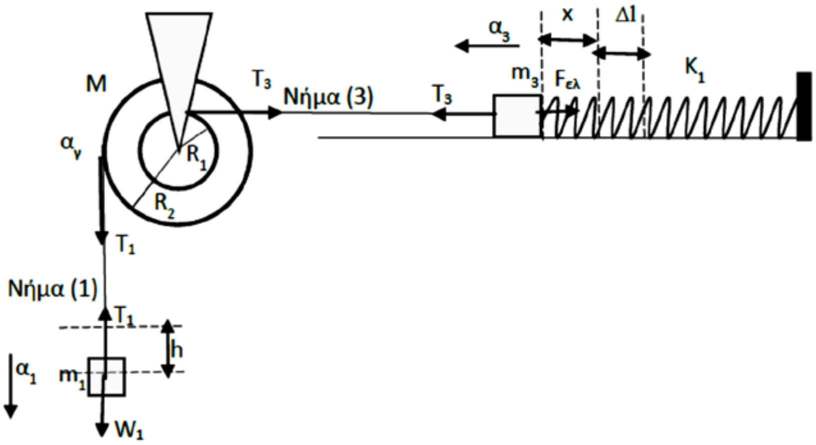
Τροχαλία: $\Sigma\tau = 0 \to T_1 \cdot 2R_1 - T_2 \cdot 2R_1 - T_3 \cdot R_1 = 0 \to T_3 = 10N$

m_3: $\Sigma F = 0 \to T_3 = K \cdot \Delta l \to \boldsymbol{\Delta l = 0,1m}$



Δ2.
Όταν κόβεται το νήμα (2), το σώμα m_1 επιταχύνεται με $\alpha_1 = \alpha_\gamma \cdot R_2 = 2\cdot\alpha_\gamma\cdot R_2$

ενώ το σώμα m_3 με επιτάχυνση $\alpha=\alpha_\gamma \cdot R_2$, από τις δύο αυτές σχέσεις έχουμε ότι $\alpha_1=2\cdot\alpha$, επίσης η τροχαλία όταν έχει διαγράψει γωνία θ, το σώμα m_1 έχει κατέβει κατά $h=\theta\cdot R_2=2\theta\cdot R_1$, ενώ το σώμα m_3 έχει μετακινηθεί κατά απόσταση $x=\theta\cdot R_1$, έτσι έχουμε ότι
$h=2\cdot x$.



Όταν η τροχαλία έχει περιστραφεί κατά γωνία θ έχουμε:

για το m_1: $\Sigma F = m_1 \cdot \alpha_1 \rightarrow m_1 \cdot g - T_1 = m_1 \cdot a_1 \rightarrow T_1 = m_1 \cdot g - 2 \cdot m_1 a$ (1)
για το m_3: $\Sigma F = m_3 \cdot \alpha \rightarrow T_3 - F_{\varepsilon\lambda} = m_3 \cdot \alpha \rightarrow T_3 = m_3 \cdot \alpha + k(\Delta l + x) \rightarrow T_3 = m_3 \cdot \alpha + k(\Delta l + R_1 \cdot \theta)$

$$T_3 = m_3 \cdot \alpha + k \cdot \Delta l + k \cdot R_1 \cdot \theta \quad (2)$$

Για την τροχαλία: $\Sigma\tau = I \cdot \alpha_\gamma \rightarrow T_1 \cdot 2 \cdot R_1 - T_3 \cdot R_1 = M \cdot R_1^2 \cdot {}^{a}/_{R_1} \rightarrow 2T_1 - T_3 = M \cdot a$
και αντικαθιστώντας στην τελευταία σχέση τις (1) και (2) έχουμε:

$$2T_1 - T_3 = M \cdot a \rightarrow 2 \cdot (m_1 \cdot g - 2 \cdot m_1 a) - m_3 \cdot \alpha - k \cdot \Delta l - k \cdot R_1 \cdot \theta = M \cdot a$$

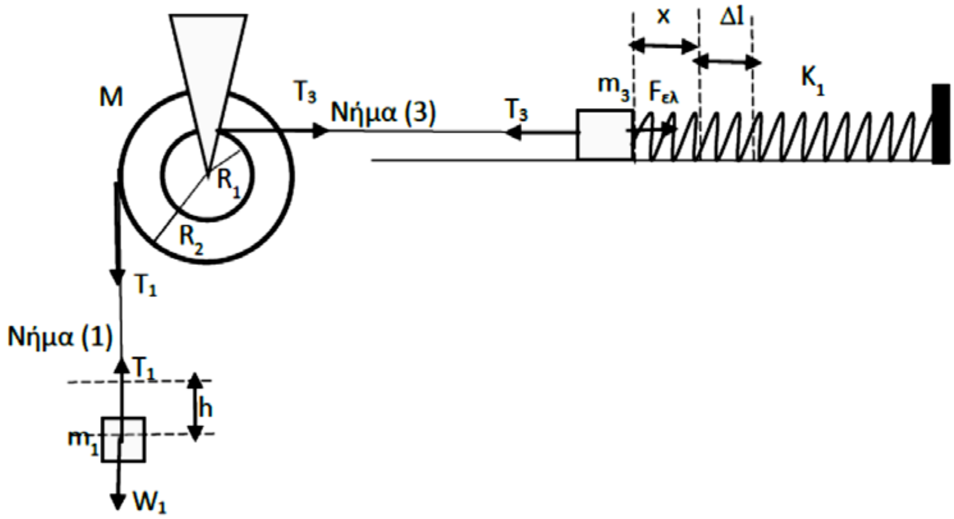
$\alpha = \frac{10-10\theta}{16}$ *και επειδή* $\boldsymbol{\alpha_\gamma} = {}^{\boldsymbol{\alpha}}/_{\boldsymbol{R_1}} = \boldsymbol{\frac{100-100\theta}{16}}$

Δ3.
i. Από το Δ2 έχουμε ότι $h=2\cdot x=0{,}2m$.
ii. Για να υπολογίσουμε την στροφορμή της διπλής τροχαλίας αρκεί να βρούμε την γωνιακή της ταχύτητα ω. Επειδή όμως το σύστημα έχει μεταβλητή επιτάχυνση θα δουλέψουμε ενεργειακά δηλαδή με ΘΜΚΕ ή ΑΔΜΕ (επειδή στο σύστημα ενεργούν μόνο συντηρητικές δυνάμεις)
Έτσι από ΘΜΚΕ για το σύστημα έχουμε:

$$K_{\tau\varepsilon\lambda} - K_{\alpha\rho\chi} = W_{F\varepsilon\lambda} + W_{m_1 g} \rightarrow {}^{1}/_{2} \cdot m_1 \cdot u_1^2 + {}^{1}/_{2} \cdot m_3 \cdot u_3^2 + {}^{1}/_{2} I \cdot \omega^2 = U_{\alpha\rho\chi,\varepsilon\lambda} - U_{\tau\varepsilon\lambda,\varepsilon\lambda} + mgh$$

Η ταχύτητα u_1 του m_1 είναι $u_1=\omega\cdot 2R_1$ ενώ η ταχύτητα του m_3 είναι $u_3=\omega\cdot R_1$ άρα $u_1=2u_3$
Έτσι η παραπάνω σχέση γίνεται:

$^1/_2 \cdot m_1 \cdot 4 \cdot R_1^2 \cdot \omega^2 + {}^1/_2 \cdot m_3 \cdot R_1^2 \cdot \omega^2 + {}^1/_2 M \cdot R_1^2 \cdot \omega^2 = {}^1/_2 k \cdot \Delta l^2 - {}^1/_2 k \cdot (\Delta l + x)^2 + m_1 g h$ και αν λύσουμε ως προς ω έχουμε ω=1/4 r/s^2 ενώ η στροφορμή είναι: $L = I \cdot \omega = M \cdot R_1^2 \cdot \omega = 0{,}02 Kg \cdot \frac{m^2}{s}$



Δ4.

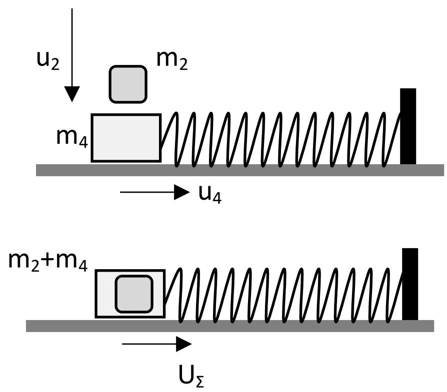
i. Το σώμα m_2 εκτελεί ελεύθερη πτώση και συγκρούεται με το m_4 όταν αυτό περνά θέση ισορροπίας του για δεύτερη φορά, δηλαδή μετά από χρόνο t=3·T/4, όπου T η περίοδος ταλάντωσής του.

Έτσι έχουμε: $T = 2\pi\sqrt{\frac{m_4}{K}} = 0{,}2 \cdot \pi \; sec$ άρα $u_2 = \mathrm{g} \cdot \mathrm{t} = 10 \cdot \frac{3}{4} \cdot 0{,}2 \cdot \pi = \frac{3\pi}{2} \; m/s$

ii. Το σώμα (4) περνά από την θέση ισορροπίας του άρα έχει ταχύτητα:

$u_4 = u_{max} = \omega \cdot A = \sqrt{\frac{K}{m_4}} \cdot A = 2m/s$.

Τα σώματα 2, 4 συγκρούονται πλαστικά οπότε για να βρούμε την κοινή τους ταχύτητα θα εφαρμόσουμε ΑΔΟ στον άξονα xx΄. (Μονό σε αυτόν μπορούμε να εφαρμόσουμε ΑΔΟ γιατί σε αυτόν τον άξονα δεν ασκούνται εξωτερικές δυνάμεις).



$$\vec{p}_{\pi\rho\iota\nu} = \vec{p}_{\pi\rho\iota\nu} \rightarrow m_4 \cdot u_4 = (m_2 + m_4) \cdot \mathrm{u}_\Sigma \rightarrow \mathrm{u}_\Sigma = 1\frac{m}{s}$$

Έτσι η ενέργεια που μετατράπηκε σε θερμότητα κατά την κρούση είναι ίση με την διαφορά των κινητικών ενεργειών του συστήματος πριν και μετά την πλαστική τους κρούση.

Η κινητική ενέργεια του συστήματος πριν την κρούση είναι το άθροισμα των κινητικών ενεργειών των δύο σωμάτων πριν συγκρουστούν, ενώ η κινητική ενέργεια του συστήματος μετά την κρούση είναι η κινητική ενέργεια του συσσωματώματος.
Άρα $Q = K_{\pi\rho\iota\nu} - K_{\mu\varepsilon\tau\acute{\alpha}} = \frac{1}{2}\cdot m_2 \cdot u_2^2 + \frac{1}{2}\cdot m_4 \cdot u_4^2 - \frac{1}{2}\cdot (m_2 + m_4)\cdot u_{\Sigma}^2 = {}^{49}/_{8}\ J.$
Για τις πράξεις έχουμε λάβει σαν δεδομένο ότι το $\pi^2=10$.

<u>ΕΠΙΜΕΛΕΙΑ:</u>

ΔΗΜΗΤΡΙΟΥ ΑΡΗΣ – ΚΑΤΣΑΡΟΥ ΚΑΤΕΡΙΝΑ
ΠΥΡΟΒΟΛΟΥ ΚΩΣΤΑΣ – ΧΡΥΣΟΒΕΡΓΗΣ ΘΑΝΑΣΗΣ