ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗΣ

ΦΥΣΙΚΗ
ΘΕΤΙΚΗΣ ΚΑΙ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΗΣ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

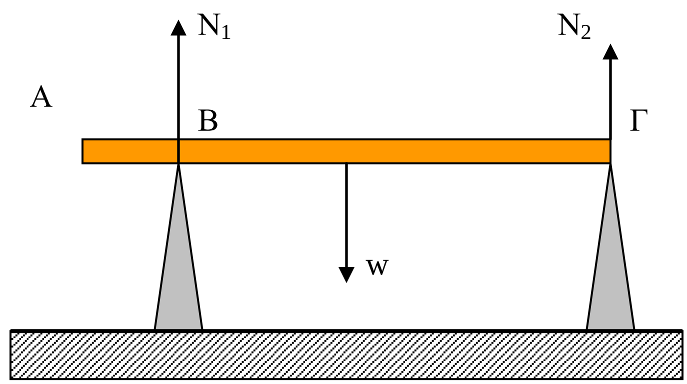
Α. 1. Δ 2. Α 3. Β 4. Α 5. Α

Β. 1.Λ 2.Λ 3.Λ 4.Σ 5.Λ

ΘΕΜΑ Β

Β1. Σωστή η α)

Αρχικά απο την ισορροπία έχουμε $N_1 + N_2 = w = 300N$ και ως προς το σημείο Β αθροίζοντας ροπές :



$-w(\frac{L}{2} - d) + N_2(L - d) = 0 \Leftrightarrow N_2 = 120N$. Επιλέξαμε θετική φορά την αριστερόστροφη.

Έστω Μ η μάζα του ανθρώπου που στέκεται στο άκρο Α και ασκεί με τα πόδια του δύναμη στη ράβδο ίση με το βάρος του, λόγω της ισορροπίας του πάνω σε αυτή.

Για την νέα ισορροπία του συστήματος ώς πρός το σημείο Β

$Mg \cdot d - w(\frac{L}{2} - d) + \frac{3}{4} \cdot N_2(L - d) = 0 \Leftrightarrow M = 15kg$.

Β2. Σωστη η β)

Αρχικά για το μήκος της χορδής ισχύει : $L = \frac{\lambda}{2} + \frac{\lambda}{2} + \frac{\lambda}{2} = \frac{3}{2}\lambda \Leftrightarrow \lambda = \frac{2L}{3}$ (1)

Τελικά : $L = \frac{\lambda'}{2} + \frac{\lambda'}{2} + \frac{\lambda'}{2} + \frac{\lambda'}{2} + \frac{\lambda'}{2} = \frac{5}{2}\lambda' \Leftrightarrow \lambda' = \frac{2L}{5}$ (2)

Είναι : $\Delta\lambda = \lambda' - \lambda = \frac{2L}{3} - \frac{2L}{5} = -\frac{4L}{15}$

Β3. Σωστή η β)

Μεταφορική κίνηση κέντρου μάζας δίσκου : $mg\eta\mu\varphi - T = m\cdot a_{cm}$ (1)

Στροφική κίνηση : $T\cdot R = \frac{1}{2}mR^2\cdot a_\gamma \Leftrightarrow T\cdot R = \frac{1}{2}mR^2\cdot\frac{\alpha_{cm}}{R} \Leftrightarrow T = \frac{1}{2}ma_{cm}$ (2)

Από τις (1) ,(2) με πρόσθεση κατά μέλη : $a_{cm} = \frac{2g\eta\mu\varphi}{3}$ (3) και η στατική τριβή που δέχεται ο δίσκος γράφεται : $T = \frac{1}{2}m\cdot\frac{2g\eta\mu\varphi}{3} \Leftrightarrow \mathrm{T} = \frac{1}{3}mg\eta\mu\varphi$ (4)

Η οριακή στατική τριβη μεταξύ δίσκου και επιπέδου αφορά τον συντελεστή οριακής στατικής τριβής και την κάθετη αντίδραση που είναι η συνιστώσα του βάρους $w_y = mg\sigma\upsilon\nu\varphi$. Αρα $\mathrm{T}_{o\rho} = \mu_{o\rho}\cdot\mathrm{N} = \mu_{o\rho}\cdot mg\sigma\upsilon\nu\varphi$ (5)

Για να έχουμε κύλιση χωρίς ολίσθηση πρέπει η οριακή στατική τριβή να ειναι ατόφια μεγαλύτερη από την στατική τριβή που δέχεται ο δίσκος κατά την κίνησή του στο κεκλιμένο επίπεδο : $\mathrm{T}_{o\rho} > T \Leftrightarrow \mu_{o\rho}\cdot mg\sigma\upsilon\nu\varphi > \frac{1}{3}mg\eta\mu\varphi \Leftrightarrow \mu_{o\rho} > \frac{\varepsilon\varphi\varphi}{3} = \frac{\sqrt{3}/3}{3} = \frac{\sqrt{3}}{9}$.

Αλλά $\mu_{o\rho} = \frac{\sqrt{3}}{12} < \frac{\sqrt{3}}{9}$ οπότε ο δίσκος γλυστράει στο κεκλιμένο επίπεδο.

Β4. Σωστη η β)

Από το διάγραμμα βλέπουμε ότι :
α) Την δεδομένη χρονική στιγμή η φάση του σημείου Ο (x=0) είναι ίση με 6π οπότε έχει εκτελέσει 3 ταλαντώσεις.
β) $t_1 = 3T$ και $0,4m = 3\lambda$ γιατί εκείνη τη στιγμή έχει φάση ίση με το μηδέν.

Τη χρονική στιγμή t=t_1 για το σημείο Κ : $\varphi_\kappa = 2\pi\left(\frac{t_1}{T} - \frac{x_k}{\lambda}\right) = 2\pi\left(\frac{3T}{T} - \frac{1,5\lambda}{\lambda}\right) = 3\pi$

Το σημείο Κ εκείνη τη στιγμή έχει εκτελέσει 1,5 ταλαντώσεις και διέρχεται από τη θέση ισορροπίας του με αρνητική ταχύτητα.

ΘΕΜΑ Γ

Γ1. Μετά την κρούση το σώμα Σ1 εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση με κυκλική συχνότητα ω απο τα δεδομένα της εκφώνησης :
$u_{\max} = \omega\cdot A \Leftrightarrow 5 = \omega\cdot 0,5 \Leftrightarrow \omega = 10 rad/s$
Από τη σταθερά του ελατηρίου που είναι η σταθερά επαναφοράς της ταλάντωσης :
$k = D = m_1\cdot\omega^2 \Leftrightarrow m_1 = \frac{200}{100}kg \Leftrightarrow \boxed{m_1 = 2kg}$.

Γ2. Έστω u_1' η ταχύτητα του σώματος Σ1 μετά τη κρούση και u_2 η ταχύτητα του Σ2 πρίν τη κρούση. Τότε από τα στοιχεία της ταλάντωσης με διατήρηση της ενέργειας :

$$E = K + U \Leftrightarrow \frac{1}{2}kA^2 = \frac{1}{2}m_1 u_1^2{}' + \frac{1}{2}ky^2 \Leftrightarrow 200 \cdot \frac{1}{4} = u_1^2{}' + 200 \cdot 0.09 \Leftrightarrow u_1' = 4m/s.$$

Επειδή τα σώματα Σ1 και Σ2 έχουν την ίδια μάζα και συγκρούονται κεντρικά ελαστικά τότε ανταλλάσουν ταχυτητες κατά τη κρούση οπότε $\boxed{u_2 = u_1' = 4m/s}$.

Γ3. Η θέση φυσικού μήκους του ελατηρίου βρίσκεται κατά l_1 **πάνω** από τη θέση ισορροπίας ταλάντωσης του σώματος Σ1 και η απόσταση αυτή προκύπτει από τη συνθήκη ισορροπίας , στη θέση ισορροπίας της ταλάντωσης:

$$\Sigma F = 0 \Leftrightarrow m_1 g - k \cdot l_1 = 0 \Leftrightarrow l_1 = 0{,}1m$$

Την πρώτη φορά που το Σ1 διέρχεται από τη θέση φυσικού μήκους του ελατηρίου βρίσκεται στη θέση $y_1 = -0{,}1m$ και έχει αρνητική ταχύτητα $u_1 < 0$. Από τη διατήρηση της ενέργειας:

$$E = K_1 + U_1 \Leftrightarrow K_1 = \frac{1}{2}kA^2 - \frac{1}{2}ky_1{}^2 \Leftrightarrow \boxed{K_1 = 24J}$$

Γ4. $\frac{dK}{dt} = \Sigma F \cdot u_1 = \left(-K \cdot y_1\right) \cdot \left(-\omega\sqrt{A^2 - y_1^2}\right) \Leftrightarrow \boxed{\frac{dK}{dt} = -20\sqrt{6}\,\frac{j}{s}}$

Γ5. Όταν η ενέργεια γίνει ίση με το 1/16 της αρχικής τιμής το πλάτος θα έχει γίνει το ¼ της αρχικής τιμής δηλαδή $\frac{A_0}{4}$.

Απο τον τύπο του πλάτους:

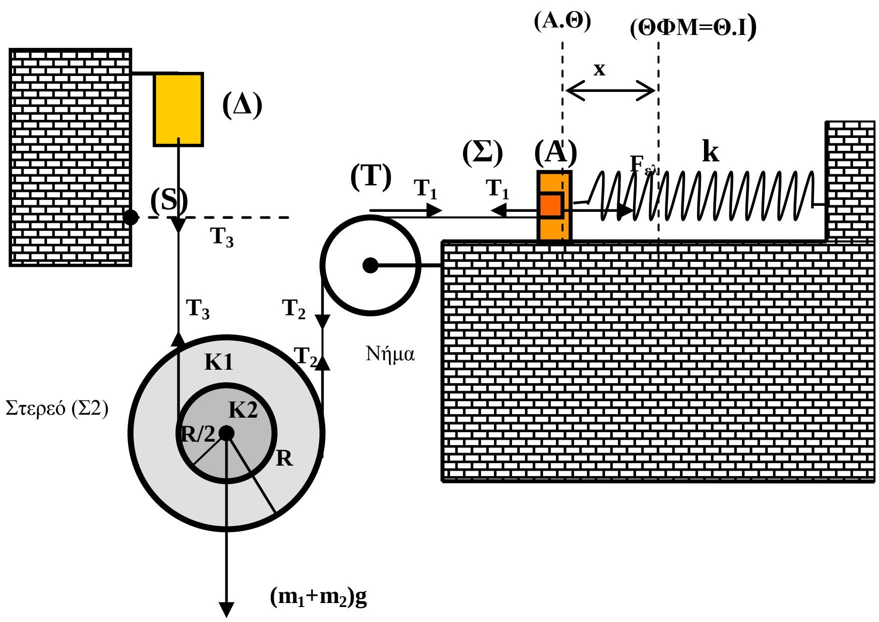
$$\frac{0,5}{4} = 0,5 \cdot e^{-0,2 \cdot t_1} \Leftrightarrow \frac{1}{4} = e^{-0,2 \cdot t_1} \Leftrightarrow \ln\frac{1}{4} = \ln e^{-0,2 \cdot t_1} \Leftrightarrow -2\ln 2 = -0,2 \cdot t_1 \Leftrightarrow$$

$$t_1 = 10 \cdot \ln 2 = 7s$$

Γ6. $\Delta A\% = \frac{A_{\tau\varepsilon\lambda} - A_{\alpha\rho\chi}}{A_{\alpha\rho\chi}} 100\% = \frac{\frac{A_0}{4} - A_0}{A_0} 100\% = -75\% \Leftrightarrow \boxed{\Delta A\% = -75\%}$

ΘΕΜΑ Δ

Δ1. Οι δυνάμεις που μας ενδιαφέρουν στην ισορροπία φαίνονται στο παρακάτω σχήμα.
Το ελατήριο είναι παραμορφωμένο κατά x και αν κοπεί το νήμα, το σώμα Σ εκτελεί ταλάντωση με πλάτος ίσο με το x.
Κατά την ταλάντωση του σώματος Σ παρατηρούμε ότι η μέγιστη συχνότητα του ήχου που καταγράφει ο ανιχνευτής και η ελάχιστη διαφέρουν μεταξύ τους κατά $40\mathrm{Hz}$. Αυτή



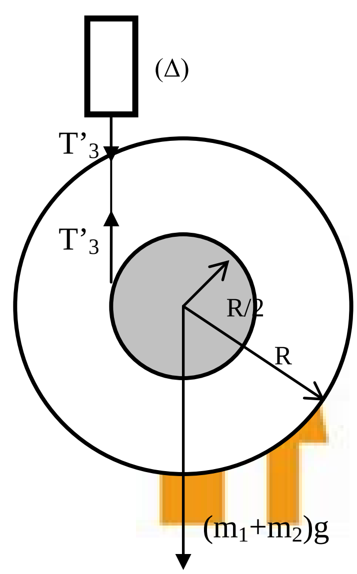
η πληροφορία μας δίνεται για να βρούμε την μέγιστη ταχύτητα ταλάντωσης του Σ και μέσα από αυτήν το πλάτος Α.

$$f_{A(\max)}=\frac{u+u_A}{u}f_s \Leftrightarrow f_{A(\max)}=\frac{u+u_{\max}}{u}f_s \quad (1)$$

Αυτό ισχύει όταν το σώμα Σ διέρχεται από τη θέση ισορροπίας του κινούμενο προς την ακίνητη πηγή (S).

$$f_{A(\min)}=\frac{u-u_A}{u}f_s \Leftrightarrow f_{A(\min)}=\frac{u-u_A}{u}f_s \quad (2)$$

Αυτό ισχύει όταν το σώμα Σ διέρχεται από τη θέση ισορροπίας του κινούμενο αντίθετα προς την πηγή (S).
Από την εκφώνηση :



$$f_{A(\max)}-f_{A(\min)}=40Hz \Leftrightarrow \frac{u+u_{\max}}{u}f_s-\frac{u-u_{\max}}{u}f_s=40Hz \Leftrightarrow$$

$$\frac{2u_{\max}}{u}f_s=40Hz \Leftrightarrow \frac{2u_{\max}}{340}1360=40 \Leftrightarrow 8u_{\max}=40 \Leftrightarrow u_{\max}=5m/s$$

Για το πλάτος Α έχουμε : $u_{\max} = \omega \cdot \mathrm{A} = \omega \cdot x$ ενώ για το ω : $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{100}{1}} = 10 rad / s$.

Τελικά $A = \frac{u_{\max}}{\omega} = \frac{5}{10} = 0,5m$

Την χρονική στιγμή t=0 το σώμα Σ βρίσκεται στην πίσω ακραία θέση $y = -x$ οπότε εύκολα προκύπτει ότι $\phi_0 = 3\pi / 2$.

Η ζητούμενη εξίσωση είναι : $\boxed{y = 0,5\eta\mu(10\pi t + \frac{3\pi}{2})}$ στο SI.

Δ2. Κλασικό θέμα ισορροπίας:

Από την ισορροπία του σώματος Σ στον άξονα x πριν κοπεί το νήμα έχουμε :

$\Sigma F_x = 0 \Leftrightarrow T_1 = F_{\varepsilon\lambda} \Leftrightarrow T_1 = k \cdot x \Leftrightarrow T_1 = 100 \cdot 0.5N \Leftrightarrow T_1 = 50N$ (1)

Επειδή η τροχαλία είναι σε ισορροπία είτε έχει βάρος είτε όχι : $T_1 = T_2 = 50N$ (2)

Επειδή το στέρεο Σ2 ισορροπεί :

Μεταφορική ισορροπία : $\Sigma F_y = 0 \Leftrightarrow T_3 + T_2 = (m_1 + m_2)g$ (3)

Στροφική ισορροπία: $\Sigma\tau = 0 \Leftrightarrow T_3 \cdot \frac{R}{2} = T_2 \cdot R \Leftrightarrow T_3 = 2T_2$ (4) και από την (2) : $T_3 = 100N$

Τελικά από την σχέση (3) : $T_3 + T_2 = (m_1 + 4m_1)g \Leftrightarrow 100 + 50 = 5m_1 g \Leftrightarrow m_1 = 3kg$.

Δ3. Για το στέρεο Σ2 :

Ισχύει : $a_{cm} = a_\gamma \cdot \frac{R}{2}$ (1) και $m_{o\lambda} = 5m_1$

Μεταφορική κίνηση κέντρου μάζας :

$5m_1 g - T_3^{'} = 5m_1 \cdot a_{cm}$ (2)

Η συνολική ροπή αδράνειας του στερεού Σ2 είναι :

$$I = \frac{1}{2}m_1 R^2 + \frac{1}{2}m_2(\frac{R}{2})^2 = \frac{1}{2}m_1 R^2 + \frac{1}{2}4m_1\frac{R^2}{4} \Leftrightarrow I = m_1 R^2$$

Στροφική κίνηση γύρω από τον οριζόντιο άξονα :

$$\Sigma\tau = \mathrm{I} \cdot \alpha_\gamma \Leftrightarrow \mathrm{T}_3^{'} \cdot \frac{R}{2} = m_1 R^2 \cdot \frac{a_{cm}}{\frac{R}{2}} \Leftrightarrow \mathrm{T}_3^{'} = 4m_1 a_{cm} \quad (3)$$

Από τις (2) ,(3) προκύπτει ότι :

$$5m_1 g = 9m_1 \cdot a_{cm} \Leftrightarrow a_{cm} = \frac{5g}{9} = \frac{50}{9} m / s^2$$

Τελικά : $a_\gamma = \frac{a_{cm}}{R/2} = \frac{\frac{50}{9}}{\frac{30}{2 \cdot 27}} = \frac{2 \cdot 27 \cdot 50}{9 \cdot 30} = 10 rad / s^2$

Δ4. Έστω u_1 η ταχύτητα του κέντρου μάζας του στερεού Σ2 εκείνη την στιγμή $t = t_1$.

Τότε επίσης θα ισχύει : $u_1 = \omega_1 \cdot \frac{R}{2}$

Από τις περιστροφές καταλήγουμε στην γωνία στροφής άρα στην χρονική στιγμή $t = t_1$:

$$N_1 = \frac{\Delta\theta_1}{2\pi} \Leftrightarrow \Delta\theta_1 = 2\pi \cdot \frac{45}{2\pi} = 45rad$$

$$\Delta\theta_1 = \frac{1}{2}\alpha_\gamma \cdot t_1^2 \Leftrightarrow t_1 = \sqrt{\frac{2\Delta\theta_1}{\alpha_\gamma}} = \sqrt{\frac{90}{10}} = 3s$$

Επειδή το στερεό Σ2 εκτελεί σύνθετη κίνηση :

$$\frac{dK}{dt} = \frac{dK}{dt}_{\mu\varepsilon\tau} + \frac{dK}{dt}_{\sigma\tau\rho} = \Sigma F \cdot u_1 + \Sigma\tau \cdot \omega_1 = \left(5m_1 g - T_3^{'}\right) \cdot u_1 + \left(T_3^{'} \cdot \frac{R}{2}\right) \cdot \frac{u_1}{\frac{R}{2}} \Leftrightarrow$$

$$\frac{dK}{dt} = 5m_1 g \cdot u_1 = 5m_1 g \cdot (a_{cm} \cdot t_1) = 5 \cdot 30 \cdot \frac{50}{9} \cdot 3\frac{J}{s} \Leftrightarrow \frac{dK}{dt} = 2500\frac{J}{s}$$

Δ5. Πριν κοπεί το νήμα : $T_3 = 100N$ όπως βρήκαμε στο Δ2.

Μετά το κόψιμο του νήματος : $T_3^{'} = 4m_1 \cdot a_{cm} = 4 \cdot 3\frac{50}{9} = \frac{200}{3}N$

Η μεταβολή της ένδειξης του δυναμόμετρου αποτυπώνει την μεταβολή της τάσης του νήματος T_3:

$$\Delta T = T_3^{'} - T_3 = \frac{200}{3} - \frac{300}{3} = -\frac{100}{3}N \ .$$